

## Calcul des éléments des binaires à éclipses

Pierre North

*Institut d'astronomie de l'Université de Lausanne*

### **Abstract.**

The information content of lightcurves of eclipsing binaries is described. To this end, approximate formulae are given and demonstrated for most relevant effects, so that the reader can have a feeling of what can or cannot be obtained from a lightcurve. A few widespread numerical codes are briefly described and intercompared, pointing out their strengths, limitations and validity ranges.

### **1. Introduction**

Les binaires à éclipses ont été longtemps le seul moyen offert par la nature pour déterminer avec exactitude les rayons stellaires. Depuis, l'interférométrie a permis de mesurer quelques rayons angulaires, mais encore faut-il connaître les parallaxes précises pour déduire les rayons linéaires. Hipparcos l'a fait pour les étoiles proches ; cependant, l'étude des binaires à éclipses permet encore la détermination des masses, de telle sorte que ces objets permettent des tests précis de la théorie de l'évolution stellaire lorsque leur métallicité est bien connue, comme l'ont montré Andersen et ses collègues (Andersen 1991).

Bien que les binaires à éclipses souffrent d'une connotation un peu vieillote, l'étude des plus lointaines d'entre elles est susceptible de connaître un regain de vigueur à la suite d'une idée de Paczynsky (1997), qui propose de les utiliser comme étalons de distance : connaissant les rayons par la courbe de lumière, la luminosité apparente et la température effective par les magnitudes et indices de couleur, on tire la luminosité absolue et donc la distance. On pourrait espérer ainsi déduire, sous quelques conditions qu'il est inutile de détailler ici, la distance précise des Nuages de Magellan et peut-être même de la Galaxie d'Andromède.

On serait tenté de penser que, dès l'instant où un système montre des éclipses, alors il devient possible de déterminer tous ses paramètres. Cela est vrai dans les cas idéaux, mais ceux-ci ne sont pas aussi fréquents qu'on pourrait le souhaiter. Par cas idéal, il faut entendre un système bien détaché (aucun des compagnons ne remplit son lobe de Roche), avec des

éclipses totales et une séparation suffisante pour que les effets de marée et de réflexion soient négligeables. Dans ce cas, les étoiles peuvent être assimilées à des sphères. Tout effet de proximité implique des paramètres supplémentaires, qu'il est parfois possible d'ajuster mais qu'il faut souvent fixer à une valeur théorique parfois incertaine.

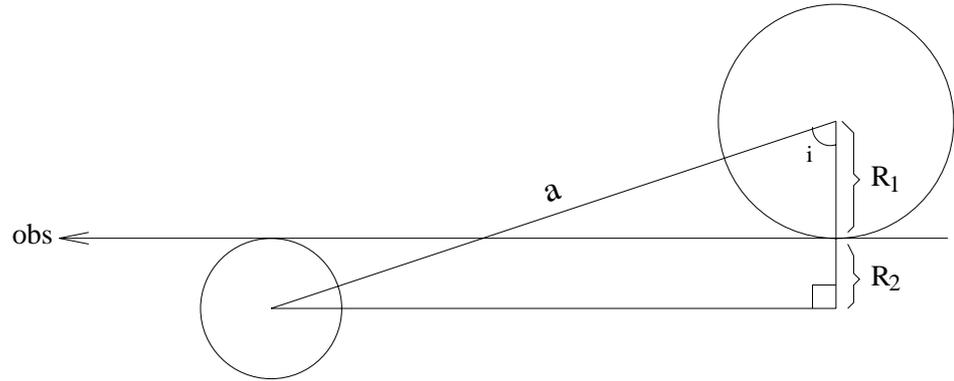
Dans l'idéal, les systèmes à éclipses permettent de déterminer :

- Les rayons stellaires en unité de demi-grand axe de l'orbite relative.
- La brillance de surface de la secondaire relative à celle de la primaire, ou encore, de manière équivalente, la température effective de la secondaire relative à celle de la primaire.
- Les paramètres orbitaux  $i$  (inclinaison),  $e$  (excentricité) et  $\omega$  (longitude du périastre).
- Le rapport de masses, soit à partir de la spectroscopie (pour tous les systèmes où le secondaire est suffisamment brillant pour être détecté), soit éventuellement à partir de la seule courbe de lumière (cas des systèmes semi-détachés, typiquement les algolides).
- Les assombrissements centre-bord (éclipses totales et mesures très précises).
- L'albédo de la secondaire (en cas de proximité et de contraste de températures suffisants, typiquement dans les algolides).
- La période de rotation de la ligne des apsides (systèmes excentriques suffisamment serrés).
- La contribution d'une 3e composante ("3e lumière"), surtout si les éclipses sont totales.

Tout impressionnante que cette liste puisse paraître, il faut réaliser que tous ces paramètres ne sont pas ajustables dans n'importe quel système, et que même ceux qui pourraient l'être à première vue sont parfois mutuellement liés par une corrélation si forte que des contraintes ne peuvent être obtenues que sur certaines de leurs combinaisons (par exemple, on aura plus facilement accès à la somme des rayons qu'aux rayons individuels).

Rappelons enfin qu'une courbe de lumière n'est pas très utile, si elle n'est complétée par une courbe de vitesses radiales – et si possible par deux courbes, une par compagnon, ce qui suppose une binaire de type SB2 – car ce sont les courbes de vitesse radiale qui permettent de fixer les dimensions linéaires du système.

On montrera quelques formules analytiques approximatives, qui permettent de se faire une idée du contenu en information des courbes de lumière, puis on présentera brièvement quelques codes numériques servant à interpréter ces courbes.

Figure 1.: *Condition d'éclipse.*

## 2. Quelques considérations analytiques

### 2.1 Préliminaires : condition d'éclipse et durée des minima

Dans le cas d'une orbite d'excentricité nulle et de rayon  $a$ , la condition pour qu'il y ait éclipses peut s'écrire (Fig. 1) :

$$i > \arccos\left(\frac{R_1 + R_2}{a}\right) = \arccos(r_1 + r_2)$$

où  $R_1, R_2$  sont les rayons des composantes,  $i$  est l'inclinaison de l'orbite et  $r_1 = R_1/a, r_2 = R_2/a$ .

Si  $i = 90^\circ$ , les éclipses sont totales et la durée des minima peut s'écrire de manière simple en fonction des rayons et de  $a$ . Soit  $D$  la durée totale d'un minimum (entre les deux tangences externes) et  $d$  la durée de la seule totalité (entre deux tangences internes). On a les relations (voir Fig. 2) :

$$\frac{R_1 + R_2}{a} = \sin\left(\frac{\pi D}{P}\right)$$

et

$$\frac{R_1 - R_2}{a} = \sin\left(\frac{\pi d}{P}\right)$$

où  $P$  est la période orbitale. On voit déjà ici que la somme des rayons est une grandeur directement liée à la courbe de lumière.

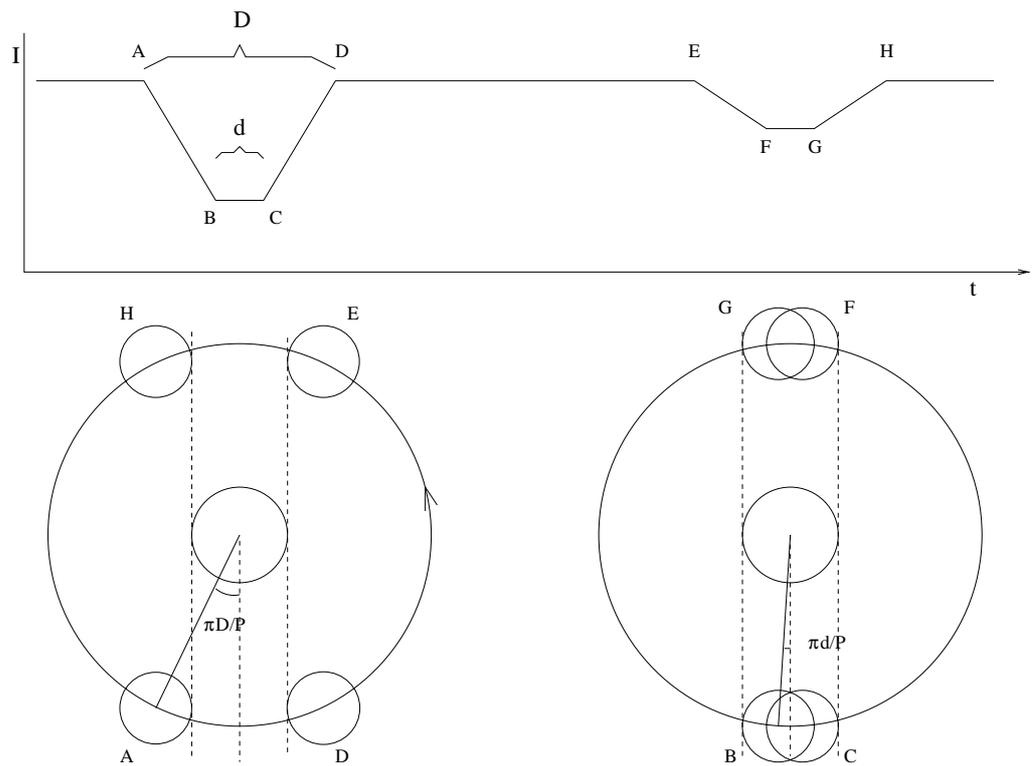


Figure 2.: *Courbe de lumière schématique et situations de tangence définissent les durées des minima.*

## 2.2 Détermination "manuelle" des éléments photométriques

Afin de mieux percevoir l'information que contient une courbe de lumière, il est bon d'éclaircir le problème au travers de relations analytiques, même si de nos jours l'ordinateur se charge de fournir à l'utilisateur une solution numérique à l'aide de codes appropriés. Nous allons esquisser ici une méthode itérative pour les systèmes détachés. Pour fixer les idées, on supposera néanmoins un système de type Algol avec une primaire petite et brillante et une secondaire grosse et terne. Ainsi, le minimum primaire (ou Min.I), le plus profond par définition (et définissant la phase 0), correspond à l'éclipse de la primaire par la secondaire, tandis que le minimum secondaire (Min.II) arrive lorsque la primaire passe devant la secondaire. Dans un premier temps, *on négligera l'assombrissement centre-bord*.

Définissons d'emblée les types d'éclipses :

- Eclipse complète → occultation totale (la grosse étoile passe devant la petite)  
→ transit annulaire (la petite étoile passe devant la grosse)

Dans ce cas, la courbe de lumière présente une partie constante au fond des minima.

- Eclipse incomplète → occultation partielle  
→ transit partiel

Ici, les minima ne présentent aucune partie constante.

*Détermination du demi-grand axe de l'orbite* Disons d'emblée que la connaissance du demi-grand axe n'est *pas indispensable* pour accéder à la seule solution *photométrique* du système. Elle le devient par contre dès que l'on veut accéder aux rayons stellaires linéaires, et résulte naturellement des courbes de vitesse radiale. Dans ce contexte, une forme utile de la 3e loi de Képler est :

$$a^3 = P^2 \left( \frac{215}{365} \right)^2 (M_1 + M_2) = 74.5(M_1 + M_2)$$

avec  $a$  en  $R_\odot$ ,  $P$  en jours et  $M_1, M_2$  en  $M_\odot$

*Contenu en information de la courbe de lumière : grandeurs pertinentes et "relation des profondeurs"* On néglige ici l'assombrissement centre-bord. Les grandeurs pertinentes sont alors :

- Les rayons  $r_1 = R_1/a$ ,  $r_2 = R_2/a$
- Le rapport des rayons  $k = r_2/r_1 = R_2/R_1$  (ici,  $k \geq 1$ )

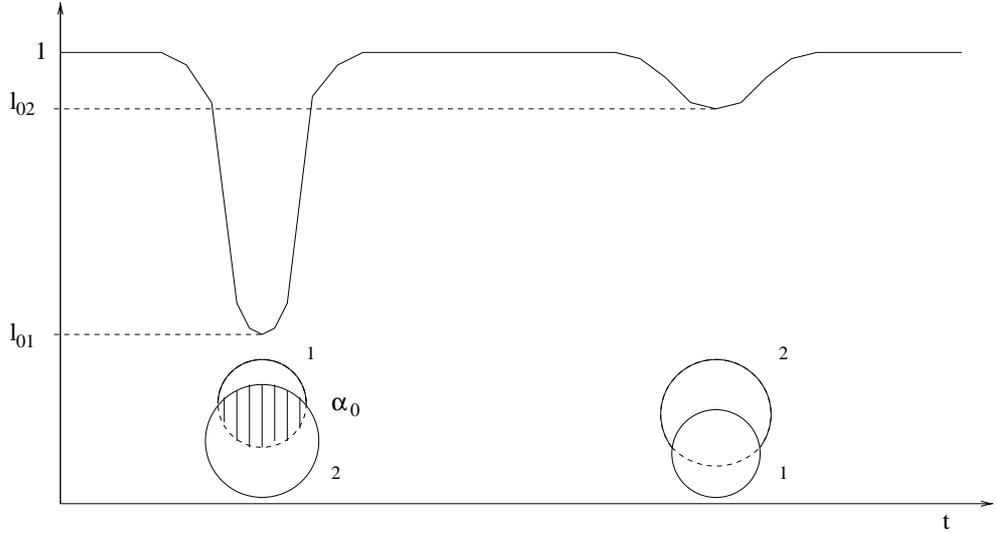


Figure 3.: *Courbe de lumière dans le cas d'éclipses partielles. Les profondeurs des minima sont  $1 - l_{01}$  et  $1 - l_{02}$ . La surface éclipsée est montrée pour chaque minimum.*

- Les éclats  $L_1$ ,  $L_2$  de la primaire, resp. de la secondaire, tels que  $l_{max} = L_1 + L_2 = 1$  par convention. Par abus de langage, on identifie ces éclats avec les luminosités, ce qui se justifie dans le cas d'étoiles sphériques mais seulement dans ce cas. Dans le cas général de composantes déformées par effet de marée, la somme des éclats vaut 1 à la quadrature (ou plus généralement à la phase 0.25 en cas d'excentricité non nulle).
- La surface d'intersection  $\alpha$  entre les deux disques stellaires, normalisée à la surface du disque 1 (primaire); la surface maximale est  $\alpha_0$ , au milieu de l'éclipse.

Si l'éclat du système à une phase quelconque est  $l$ , alors la perte de lumière en un point quelconque d'un minimum est  $1 - l$  et cette perte par rapport à la perte maximale dans un minimum donné est

$$n \equiv \frac{1 - l}{1 - l_0} = \frac{\alpha}{\alpha_0}$$

**Relation des profondeurs :** La situation est présentée en Fig. 3. Ici,  $\alpha < 1$ , et l'on cherche à exprimer  $\alpha_0$  en fonction des observables.

On voit qu'au fond du Min.I, la perte de lumière vaut :

$$1 - l_{01} = \alpha_0 L_1 \Rightarrow L_1 = \frac{1 - l_{01}}{\alpha_0}$$

tandis qu'au fond du Min II, on peut l'écrire

$$1 - l_{02} = \frac{\alpha_0}{k^2} L_2 \Rightarrow L_2 = \frac{1 - l_{02}}{\alpha_0} k^2$$

Or,  $L_1 + L_2 = 1$ , donc

$$\alpha_0 = 1 - l_{01} + (1 - l_{02})k^2 = A + Bk^2$$

si bien que  $\alpha_0$  est une fonction linéaire de  $k^2$ . C'est ce qu'on appelle la relation des profondeurs.

**Eclipses complètes :** Dans ce cas particulier, on sait que  $\alpha_0 = 1$ , donc on a directement

$$k^2 \equiv \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 = \frac{l_{01}}{1 - l_{02}}$$

et cela indépendamment des durées des minima et des totalités  $D$  et  $d$  resp., lesquelles peuvent apporter alors une contrainte (relativement faible si  $i \sim 90^\circ$ ) sur l'inclinaison  $i$ .

L'avantage des éclipses totales est de fournir une mesure directe de l'éclat de la secondaire,  $L_2$ , et par conséquent de  $L_1$  également (Fig. 4).

Si l'on dispose de plusieurs courbes dans différentes bandes passantes, on obtient alors les indices de couleur de chaque composante, par ex.

$$(B - V)_1 = -2.5 \log \left( \frac{L_{B_1}}{L_{V_1}} \right)$$

et

$$(B - V)_2 = -2.5 \log \left( \frac{L_{B_2}}{L_{V_2}} \right)$$

ce qui est extrêmement utile pour accéder à  $T_{\text{eff}_1}$ ,  $T_{\text{eff}_2}$  au travers de calibrations photométriques classiques (par ex. Hauck 1985). Notons toutefois qu'en général l'indice de couleur devra être corrigé du rougissement interstellaire au préalable. C'est là tout un art que l'on n'abordera pas ici.

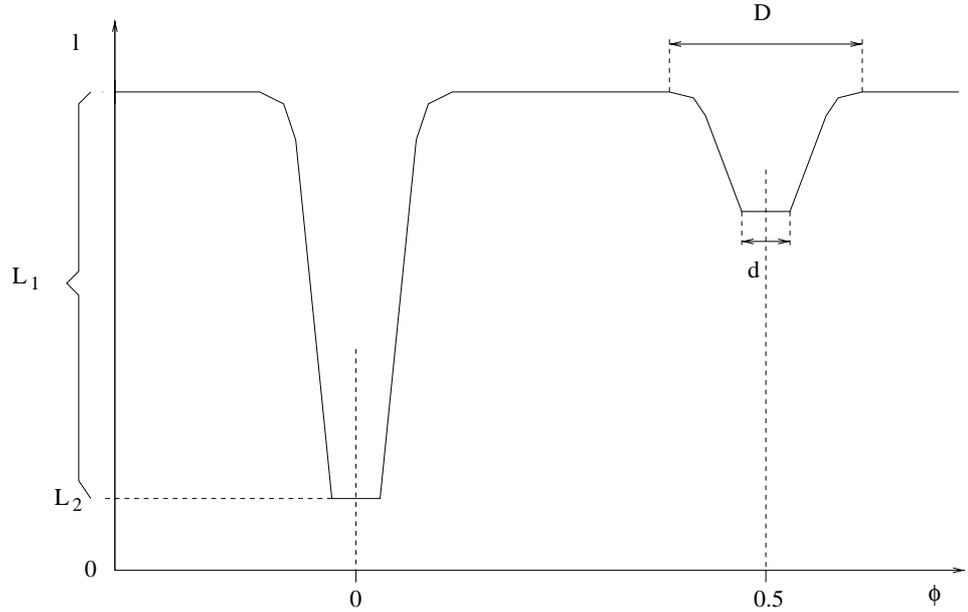


Figure 4.: *Courbe de lumière en cas d'éclipses complètes.*

*Détermination des éléments en cas d'éclipses partielles* On est obligé, ici, de recourir à l'ensemble du profil des minima. Il faut donc examiner plus avant la géométrie de l'éclipse, en cherchant une relation entre  $\alpha$  et l'angle de phase

$$\theta = 2\pi \frac{t - t_0}{P}$$

où  $t_0$  est l'époque du milieu du Min I et  $P$  la période orbitale. Pour cela, on définira la distance  $\delta$  entre les composantes projetées sur le ciel et exprimées en unités de demi-grand axe  $a$  de l'orbite (on admettra ici une orbite circulaire).

Passons aux coordonnées cartésiennes dans le plan de l'orbite, puis dans le plan tangent à la sphère céleste selon la Fig. 5.

$$x = a \cos \theta$$

$$y = a \sin \theta$$

$$x' = x \cos i$$

$$y' = y$$

$$\Rightarrow \delta^2 = (x'^2 + y'^2)/a^2 = \cos^2 \theta \cos^2 i + \sin^2 \theta$$

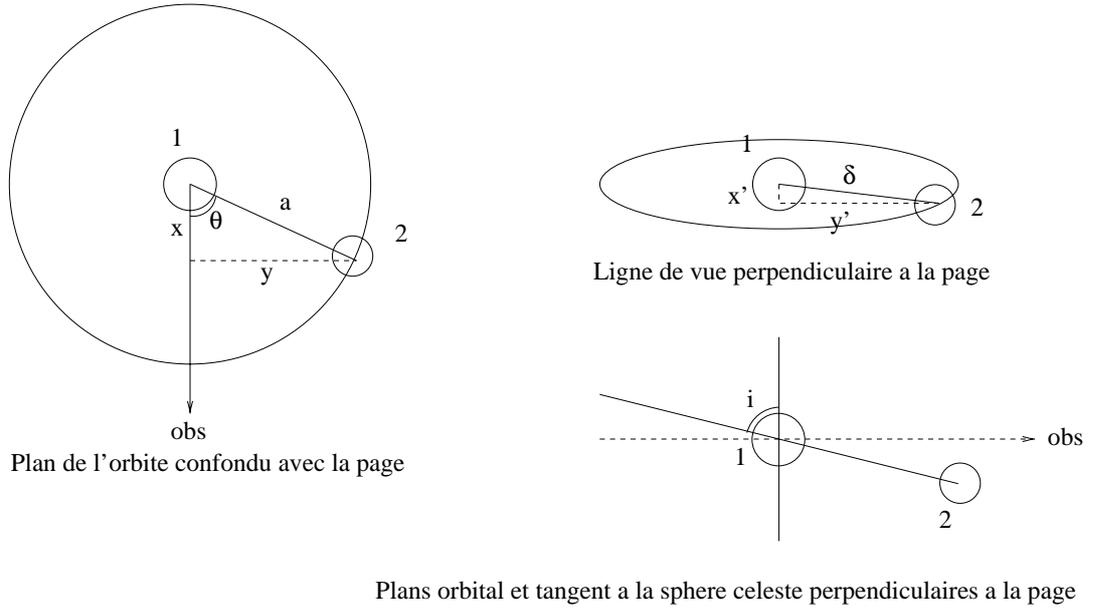


Figure 5.: Géométrie de l'orbite.

(On a normalisé  $\delta$  au demi-grand axe, de sorte qu'il soit sans dimension et que  $\delta \leq 1$ ). En exploitant le fait que  $\cos^2 i = 1 - \sin^2 i$  etc., on peut écrire :

$$\delta^2 = \cos^2 i + \sin^2 i \sin^2 \theta$$

Il faut obtenir maintenant l'aire  $\alpha$ , en passant par les angles auxiliaires  $\rho_1$  et  $\rho_2$  (Fig. 6).

On a tout d'abord

$$r_1 \sin \rho_1 = r_2 \sin \rho_2 \Rightarrow \sin \rho_1 = k \sin \rho_2$$

et

$$\delta = r_1 \cos \rho_1 + r_2 \cos \rho_2 \Rightarrow \frac{\delta}{r_1} = \cos \rho_1 + k \cos \rho_2$$

L'aire  $A_1$  du premier "demi-fuseau" est celle du secteur à laquelle on soustrait l'aire du triangle isocèle d'angle au sommet  $2\rho_1$  :

$$A_1 = \pi r_1^2 \frac{\rho_1}{\pi} - r_1^2 \cos \rho_1 \sin \rho_1 = r_1^2 (\rho_1 - \cos \rho_1 \sin \rho_1)$$

L'aire totale, qui vaut  $A = \alpha \pi r_1^2$  par définition de  $\alpha$ , s'écrit donc :

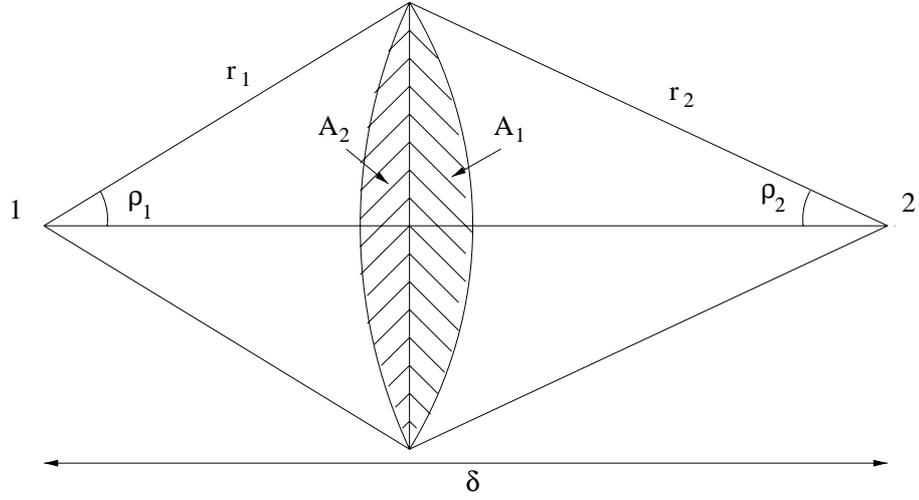


Figure 6.: Aire de l'intersection entre les disques stellaires.

$$\pi\alpha = \frac{A}{r_1^2} = (\rho_1 - \cos \rho_1 \sin \rho_1) + k^2(\rho_2 - \cos \rho_2 \sin \rho_2)$$

expression qui peut être transformée en utilisant la relation ci-dessus entre  $\rho_1$ ,  $\rho_2$  et  $k$  et une relation trigonométrique standard ; on aboutit finalement aux trois équations qui permettent de calculer  $\delta/r_1$  en fonction de  $k$  et de  $\alpha$  :

$$\pi\alpha = \rho_1 + k^2\rho_2 - k \sin(\rho_1 + \rho_2) \quad (1)$$

$$\sin \rho_1 = k \sin \rho_2 \quad (2)$$

$$\frac{\delta}{r_1} = \cos \rho_1 + k \cos \rho_2 = f(\alpha, k) \quad (3)$$

Par ailleurs, la première relation donnant  $\delta$  implique :

$$\left(\frac{\delta}{r_1}\right)^2 = \frac{\cos^2 i}{r_1^2} + \frac{\sin^2 i}{r_1^2} \sin^2 \theta = A + B \sin^2 \theta$$

Il y a donc une relation linéaire entre  $(\delta/r_1)^2$  et  $\sin^2 \theta$ .

Cela étant, la procédure suivante permet en principe de résoudre la courbe de lumière :

1. On adopte une valeur de  $k$  (typiquement  $k = 1$ )

2. On obtient  $\alpha_0$  par la relation des profondeurs. De plus, on obtient  $\alpha$  pour chaque phase observée  $\theta$  via la relation

$$\frac{\alpha}{\alpha_0} = \frac{1-l}{1-l_0}$$

puisque  $l$  et  $l_0$  sont directement observés, de même que les  $\theta$  correspondants.

3. On calcule  $\delta/r_1$  en fonction de  $\alpha$  et  $k$  (ou on interpole dans une table  $f(\alpha, k)$  qui aurait été établie auparavant) pour chaque phase  $\theta$ , dans les deux minima.
4. On teste si la relation  $(\delta/r_1)^2$  versus  $\sin^2 \theta$  est linéaire ; si elle ne l'est pas, on adopte une autre valeur de  $k$  et on réitère la procédure. Une fois les itérations terminées, on détermine  $i$  par

$$\tan^2 i = B/A$$

$r_1$  par

$$A + B = \frac{1}{r_1^2}$$

(car  $\delta \leq 1$ )

et  $r_2$  par  $r_2 = kr_1$ . Les rayons  $r_1, r_2$  obtenus sont en unités de  $a$ , le demi-grand axe de l'orbite relative.

Rappelons que ce schéma n'est valable tel quel, que pour autant que les étoiles puissent être considérées comme sphériques, et seulement si l'assombrissement centre-bord est négligeable, ce qui n'est guère le cas que pour des étoiles chaudes de la séquence principale observées dans l'infrarouge.

Il faut encore examiner les effets de proximité, d'assombrissement centre-bord et d'excentricité orbitale, qui sont loin d'être négligeables.

### 2.3 Effets de proximité

*Déformation due à l'effet de marée* Soient deux étoiles déformées uniquement par un effet de marée supposé symétrique, donc modéré : on a alors deux ellipsoïdes de révolution autour de l'axe du système (on suppose ici pour simplifier qu'ils sont semblables, ce qui n'est vrai que dans le cas où les masses et surtout les rayons non perturbés des deux composantes sont égaux<sup>1</sup>), de sorte que les trois axes d'un ellipsoïde sont  $a_*, b_*, b_*$  (Fig. 7), et leur excentricité s'écrit

<sup>1</sup>Selon Chandrasekhar (1933), l'ellipticité d'une composante est proportionnelle au cube du rayon qu'elle aurait sans perturbation.

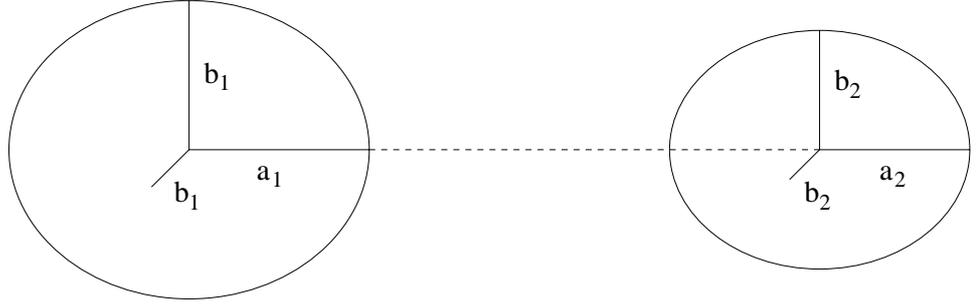


Figure 7.: Composantes allongées par effet de marée mutuel.

$$e^2 = \frac{a_*^2 - b_*^2}{a_*^2} = \left(1 - \frac{b_*}{a_*}\right) \left(1 + \frac{b_*}{a_*}\right) \simeq 2 \left(1 - \frac{b_*}{a_*}\right) = 2\varepsilon$$

pour

$$\varepsilon \equiv \frac{a_* - b_*}{a_*} = \left(1 - \frac{b_*}{a_*}\right)$$

On néglige ici l'effet de la rotation, qui rendrait l'axe polaire plus petit qu'il n'est dans notre approximation. On voit que par simple effet de projection, l'éclat est maximum aux quadratures, alors qu'il est minimum - indépendamment des éclipses - aux conjonctions. Pour calculer quantitativement l'effet, il faut considérer le demi-grand axe *apparent*  $d$  défini en Fig. 8.

On peut démontrer que  $d^2 = a_*^2(1 - 2\varepsilon \sin^2 i \cos^2 \theta)$ .

L'intensité reçue par l'observateur est proportionnelle aux aires projetées :

$$\frac{l_1}{L_1} = \frac{l_2}{L_2} = \frac{\pi db_*}{\pi a_* b_*} = \frac{d}{a_*} = (1 - 2\varepsilon \sin^2 i \sin^2 \theta)^{1/2} \simeq 1 - \varepsilon \sin^2 i \cos^2 \theta$$

les deux ellipsoïdes étant semblables et  $L_1, L_2$  les intensités de chaque composante à la quadrature. On a donc

$$l = l_1 + l_2 \simeq (L_1 + L_2)(1 - \varepsilon \sin^2 i \cos^2 \theta) = 1 - \varepsilon \sin^2 i \cos^2 \theta$$

ou encore

$$l \simeq 1 - \frac{\varepsilon}{2} \sin^2 i (1 + \cos(2\theta)) = A_* - B_* \cos(2\theta)$$

où  $A_*$  et  $B_*$  sont des constantes.  $l$  est évidemment minimale en  $\theta = 0$  et  $\theta = \pi$ , et maximale en  $\theta = \pi/2$  et  $\theta = 3\pi/2$ . L'observation permet

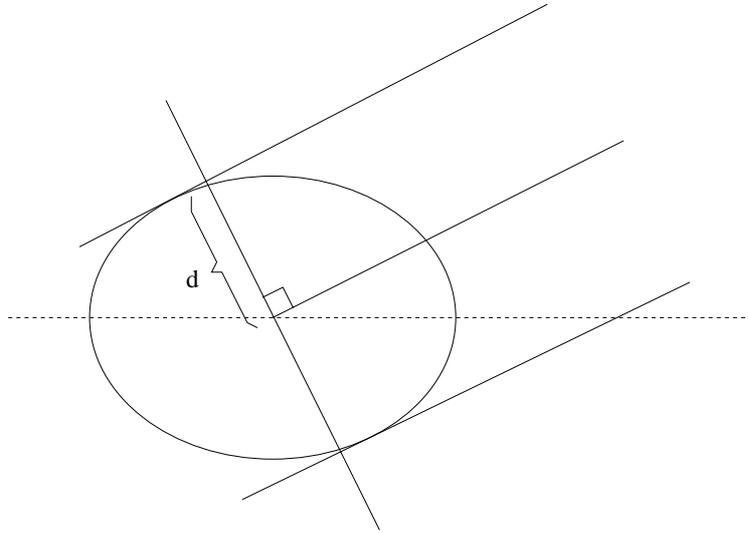


Figure 8.: Définition du demi-grand axe apparent,  $d$

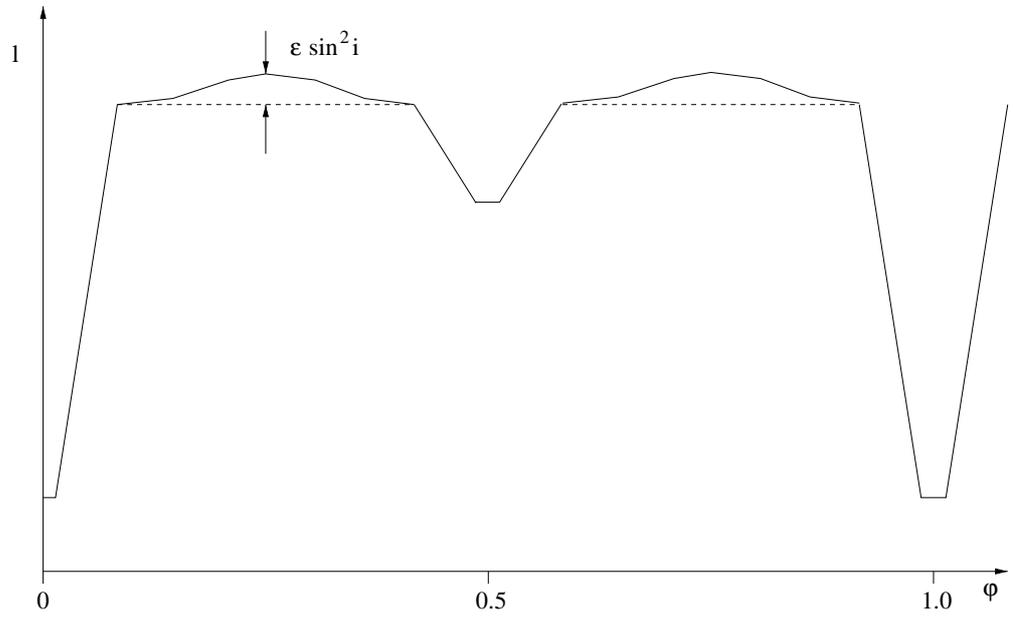
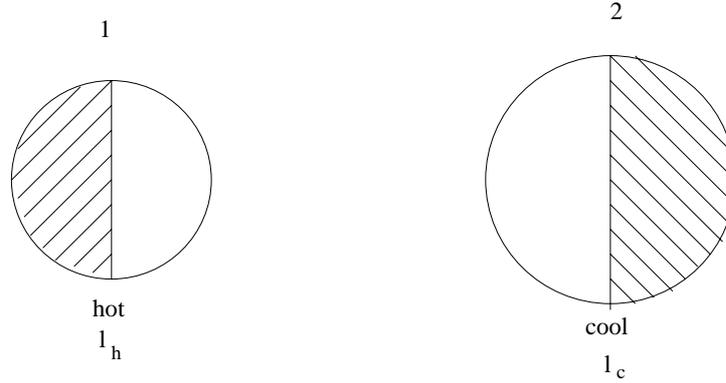


Figure 9.: Effet de la distorsion des composantes sur la courbe de lumière.

Figure 10.: *Effet de la réflexion mutuelle.*

d'accéder directement à  $\varepsilon \sin^2 i \approx \varepsilon$ , en utilisant les parties de la courbe situées entre les éclipses.

Notons qu'il peut très bien arriver que l'effet de la distorsion se manifeste, sans pour autant qu'il y ait éclipses. Dans un tel cas, on parle de variable ellipsoïdale.

*Réflexion* : Les deux composantes s'éclairent mutuellement, si bien que l'hémisphère dirigé vers le compagnon est plus brillant que l'hémisphère opposé (Fig. 10). Soit une étoile chaude désignée  $h$  (hot) et une froide désignée  $c$  (cool). On désignera par  $L$  l'intensité intrinsèque de chaque compagnon ( $L_h$  et  $L_c$  resp.) sans lumière réfléchi, et par  $l$  l'intensité d'un compagnon à la quadrature (configuration équivalente à un premier ou dernier quartier).

On définit  $S$  comme étant (au 1<sup>er</sup> ordre d'approximation) la moitié de la lumière réfléchi par l'étoile :

$$S_c = l_c - L_c$$

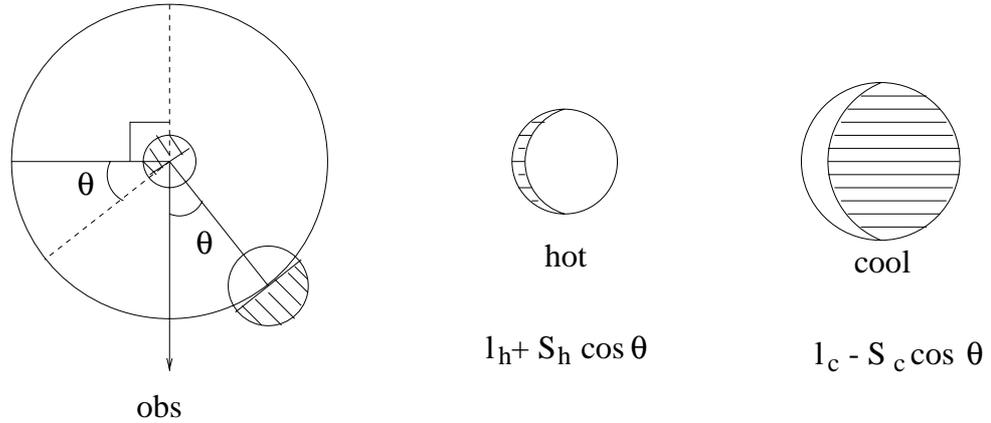
et

$$S_h = l_h - L_h$$

(l'hémisphère illuminé par le compagnon donnera l'intensité  $l + S$ , ou encore  $L + 2S$ , tandis que l'hémisphère opposé donnera l'intensité  $L$  ou  $l - S$ ).

Si  $I_h$  et  $I_c$  sont les intensités spécifiques (ou brillances de surface) en direction de l'observateur en l'absence de réflexion, alors le rapport des éclats des compagnons peut s'écrire

$$\frac{L_c}{L_h} = \frac{r_c^2 I_c}{r_h^2 I_h} = k^2 \frac{I_c}{I_h}$$


 Figure 11.: *Effet de phase.*

Par ailleurs, la quantité de lumière réfléchiée est proportionnelle à la luminosité intrinsèque du compagnon et à la surface de l'hémisphère (ou du disque) éclairé :  $S_c \propto L_h \cdot 2\pi r_c^2$ , donc

$$\frac{S_c}{S_h} = \frac{L_h r_c^2}{L_c r_h^2} = \frac{I_h}{I_c} > 1$$

puisque l'intensité spécifique de l'étoile chaude est nécessairement supérieure à celle de l'étoile froide (au moins dans le cas bolométrique, et aussi dans le cas monochromatique pour un rayonnement de corps noir). En général, c'est la lumière réfléchiée par l'étoile froide qui prédomine, quel que soit le rapport des rayons.

On peut aussi donner le rapport des intensités de lumière réfléchiée en fonction des profondeurs des minima : lors d'une occultation,  $1 - l_{01} \propto r_h^2 I_h$  tandis que lors d'un transit,  $1 - l_{02} \propto r_h^2 I_c$ . Par conséquent,

$$\frac{I_h}{I_c} = \frac{S_c}{S_h} = \frac{1 - l_{01}}{1 - l_{02}}$$

Les contributions respectives des compagnons à la lumière réfléchiée sont proportionnelles aux profondeurs des minima.

**Dépendance en phase :** La Fig. 11 montre que l'éclat observé de la primaire varie comme  $l_h + S_h \cos \theta$  alors que celui de la secondaire s'écrit  $l_c - S_c \cos \theta$ . L'éclat total observé est donc  $l = l_h + l_c - (S_c - S_h) \cos \theta$ ; mais  $l_h + l_c = l_{90^\circ}$  est l'éclat à la quadrature, et l'on doit encore tenir compte de l'inclinaison de l'orbite, si bien que

$$l = l_{90^\circ} - (S_c - S_h) \sin i \cos \theta$$

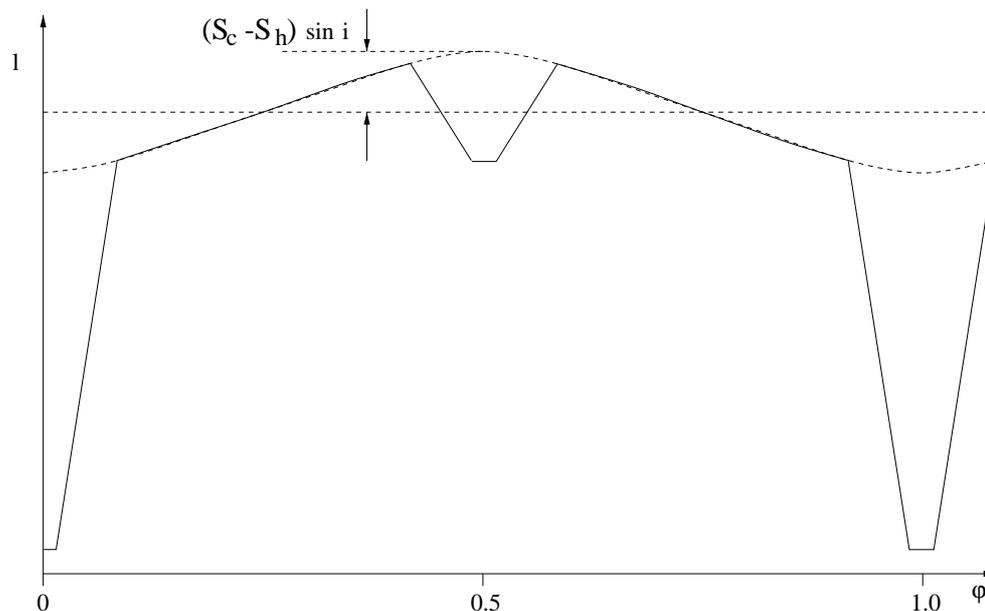


Figure 12.: *Effet de la réflexion sur la courbe de lumière.*

Cet effet varie avec  $\cos \theta$ , c'est-à-dire avec la même fréquence que la fréquence orbitale ; il peut donc être distingué de l'effet de fréquence double lié à l'ellipticité des composantes, et la courbe de lumière permet d'accéder directement à la grandeur  $(S_c - S_h) \sin i$  (Fig. 12).

*Assombrissement centre-bord* Qualitativement, l'effet de l'assombrissement centre-bord se fait surtout sentir lors d'un transit annulaire : le minimum correspondant n'a plus de fond plat, puisque la brillance de surface des zones occultées n'est pas uniforme. Quant au minimum lié à l'occultation totale, il conserve un fond plat, mais la forme des branches est plus arrondie.

La loi simple d'assombrissement est encore souvent utilisée :

$$I_\lambda(\theta) = I_\lambda(0) \cdot (1 - u_\lambda + u_\lambda \cos \theta)$$

où  $I_\lambda(0)$  est l'intensité spécifique au centre du disque,  $I_\lambda(\theta)$  celle de l'anneau de rayon relatif  $\sin \theta$ ,  $\theta$  l'angle au centre de l'hémisphère visible et  $u_\lambda$  le coefficient d'assombrissement centre-bord tel que  $0 < u_\lambda < 1$  (ici  $\theta$  n'est plus l'angle de phase orbitale!).  $u_\lambda$  dépend de la longueur d'onde (il est en général plus grand dans le bleu que dans le rouge), de la température effective (il décroît lorsque  $T_{\text{eff}}$  augmente) et, dans une moindre mesure, de la gravité de surface.

Si cette approximation linéaire est satisfaisante pour le soleil, elle l'est moins pour les étoiles chaudes. Plusieurs auteurs ont établi des tables

de coefficients théoriques à l'aide de modèles d'atmosphère, en fonction de la longueur d'onde et des paramètres atmosphériques :  $T_{\text{eff}}$ ,  $\log g$ ,  $[M/H]$ . Les tables les plus connues sont dues à Wade & Rucinski (1985). D'autres, plus récentes, ont l'avantage de donner des coefficients d'assombrissement centre-bord hétérochromatiques correspondant aux bandes passantes les plus courantes, comme *UBV* et *uvby* (Van Hamme 1993). Ce dernier auteur donne aussi les coefficients d'une loi d'assombrissement plus réaliste qui fut proposée par Klinglesmith & Sobieski (1970) :

$$I_{\lambda}(\theta) = I_{\lambda}(0) \cdot (1 - x_{\lambda} + x_{\lambda} \cos \theta - y_{\lambda} \cos \theta \ln(\cos \theta))$$

Cette loi logarithmique donne les meilleurs résultats dans l'ultraviolet. D'autres lois non linéaires ont été proposées, en particulier

$$I_{\lambda}(\theta) = I_{\lambda}(0) \cdot (1 - x_{\lambda}(1 - \cos \theta) - y_{\lambda}(1 - \cos \theta)^n)$$

avec  $n = 2$  (Manduca et al. 1977 ; Wade & Rucinski 1985) ou  $n = 3$  (Van't Veer 1960). D'après Diaz-Cordovés & Giménez (1992), la loi quadratique ( $n = 2$ ) donne de très bons résultats pour les atmosphères convectives (en particulier dans le visible et l'IR), tandis qu'ils proposent une loi en racine carrée pour les atmosphères radiatives ( $T_{\text{eff}} \geq 8500$  K) :

$$I_{\lambda}(\theta) = I_{\lambda}(0) \cdot (1 - x_{\lambda}(1 - \cos \theta) - y_{\lambda}(1 - \sqrt{\cos \theta}))$$

Claret et al. (1995) donnent les coefficients théoriques correspondants pour les bandes infrarouges *RIJK* et soulignent que dans ce domaine, la loi en racine carrée donne les meilleurs résultats pour toutes les températures effectives comprises entre 3500 et 50 000 K. Les coefficients pour sept bandes photométriques dans le visible (*UBV* de Johnson et *uvby* de Strömgren) sont donnés par Diaz-Cordovés et al. (1995).

En général, il est très délicat d'ajuster les coefficients  $u_{\lambda}$  ou  $x_{\lambda}$  (à plus forte raison  $y_{\lambda}$  !) à partir des observations, bien que ce soit possible en principe, en particulier dans le cas d'éclipses complètes. Le plus souvent, on se contente d'adopter des valeurs théoriques, considérées comme suffisamment fiables. Par contre, on peut déterminer plus sûrement des assombrissements différentiels en comparant des courbes de lumière observées dans différentes bandes passantes.

Un travail récent d'Alencar & Vaz (1999) montre que, en cas d'illumination réciproque importante, la valeur des coefficients d'assombrissement centre-bord peut être modifiée de manière significative. On peut comprendre intuitivement cela en rappelant que l'assombrissement centre-bord est dû à la décroissance de la température avec l'altitude dans l'atmosphère stellaire : l'observateur voit jusqu'à une profondeur

optique donnée qui est la même au centre qu'au bord du disque, mais celle-ci correspond à une profondeur géométrique plus grande au centre qu'au bord, et donc à des régions plus chaudes et plus brillantes. Or, s'il y a illumination extérieure, on voit bien que la température de la "haute atmosphère" s'en trouvera augmentée et la relation  $T(\tau)$  montrera un gradient moins prononcé, voir nul ou même inversé : l'assombrissement centre-bord est donc atténué et peut se muer en "illumination centre-bord" (*limb brightening*) si l'on peut dire. Les auteurs en question ont incorporé cet effet dans le code de Wilson-Devinney décrit plus bas.

*Assombrissement gravitationnel ("gravity brightening")* Lorsqu'une étoile s'écarte de la symétrie sphérique, la gravité à sa surface cesse d'être uniforme. Par exemple, une étoile simple mais aplatie à ses pôles par sa rotation rapide aura une gravité "effective" (somme des accélérations gravitationnelle et centrifuge) considérablement plus faible à l'équateur qu'aux pôles. De même, la gravité de surface effective d'une étoile membre d'un système binaire et allongée par effet de marée sera plus faible sur l'axe du système que sur le méridien perpendiculaire à celui-ci.

Dans le cas d'une étoile chaude, dont l'enveloppe est radiative, le théorème de Von Zeipel dit que le flux bolométrique local est proportionnel à la gravité :

$$F_{bol} \propto g$$

Par conséquent, la température effective locale peut s'écrire

$$T_{eff} \propto g^\beta$$

où  $\beta = 1/4$  dans le cas d'une enveloppe radiative. Dans le cas d'une enveloppe convective, Lucy (1967) a montré que  $\beta \simeq 0.08$ . Bien entendu, dans les cas réels, on est plutôt en situation monochromatique que bolométrique, si bien que différents auteurs ont proposé une variété de recettes utilisant soit l'approximation du corps noir, soit des flux théoriques provenant de modèles d'atmosphère et dans lesquels on interpole. Par exemple, le code WINK de Wood (1972) a commencé par utiliser une formule analogue à celle de l'assombrissement centre-bord :

$$I_0 = \bar{I} \cdot \left(1 - v + v \frac{r}{\bar{r}}\right)$$

où  $r$  est le rayon stellaire local,  $\bar{r}$  est le rayon pointant vers l'observateur à la quadrature, et  $\bar{I}$  est l'intensité spécifique au point de la surface correspondant à  $\bar{r}$ . Partant de

$$\frac{T^{1/\beta} - \bar{T}^{1/\beta}}{\bar{T}^{1/\beta}} = \frac{g - \bar{g}}{\bar{g}}$$

et tenant compte de la relation gravité-rayon trouvée par Chandrasekhar (1933) pour les polytropes d'indice élevé (typiquement 5, pour le polytrope de Roche), ainsi que de la loi de Planck liant flux et température, Wood (1971a) obtient que

$$v \simeq \frac{-4\beta a}{1 - e^{-a}}$$

où

$$a = \frac{hc}{\lambda kT}$$

Dans une version ultérieure du programme WINK, toutefois, Wood (Etzel & Wood 1982) adopte directement le paramètre  $\beta$  mais utilise des flux théoriques de Kurucz pour calculer l'effet monochromatique. Dans le code EBOP, Etzel (1980) utilise plutôt le paramètre  $y$  de Binnendijk (1974), défini tel que

$$\frac{I - \bar{I}}{\bar{I}} = y \frac{g - \bar{g}}{\bar{g}}$$

On voit que  $y = 1$  dans le cas de flux bolométrique et d'étoiles à enveloppe radiative, tandis qu'il varie avec les paramètres atmosphériques et la longueur d'onde dans le cas de flux monochromatiques. Binnendijk (1974) fournit une table des valeurs de  $y$  pour diverses longueurs d'onde et types spectraux.

Enfin, le programme de Wilson - Devinney utilise un paramètre  $g$  (à ne pas confondre avec la gravité de surface!) tel que

$$T_{local} = T_{ref.point} \left( \frac{a_{local}}{a_{ref.point}} \right)^{0.25g}$$

où  $a$  est la gravité de surface. On voit donc ici que  $g = 1$  pour une étoile à enveloppe radiative, et qu'il est lié au paramètre  $\beta$  par la relation  $g = 4\beta$  (attention, certains auteurs désignent par  $\beta$  ce qui est appelé  $g$  ici!). Des flux théoriques sont ensuite utilisés pour calculer l'effet monochromatique, comme dans le cas de WINK.

En principe, toutes ces recettes sont équivalentes à quelques nuances près, mais leur variété est un peu déroutante pour l'utilisateur occasionnel.

Qualitativement, on peut décrire ainsi l'effet de l'assombrissement gravitationnel : les calottes situées aux bouts des grands axes des étoiles sont moins brillantes et plus froides que le reste de la surface, ce qui a pour effet d'augmenter le contraste d'éclat entre quadrature et conjonction (facteur  $\sim 8/5$  dans le cas d'un assombrissement centre-bord total).

On trouve une discussion récente et détaillée du *gravity brightening* dans les articles de Alencar & Vaz (1997), Alencar et al. (1999) et Claret (2000). En particulier, Alencar et al. montrent que la valeur du paramètre  $g$  (qu'ils appellent  $\beta$ ) dépend de l'illumination extérieure : il tend à augmenter avec celle-ci, si bien qu'on devrait en tenir compte dans l'analyse de certains systèmes serrés où les effets de réflexion sont importants.

#### 2.4 Effets de l'excentricité de l'orbite

En général, les effets de proximité décrits ci-dessus sont plutôt associés à des systèmes en orbite circulaire, à cause de la dissipation d'énergie due aux effets de marée. Les orbites excentriques sont plus souvent liées aux systèmes bien détachés, où les effets de marée sont faibles ou négligeables.

Les effets de l'excentricité sur la courbe de lumière sont essentiellement liés à la 2e loi de Képler (loi des aires).

**Qualitativement,** on le voit très bien dans les deux cas particuliers où

1. le grand axe des orbites absolues se confond avec la ligne de vue (longitude du périastre  $\omega = 90^\circ$  ou  $270^\circ$ )
2. le grand axe est perpendiculaire à la ligne de vue ( $\omega = 0^\circ$  ou  $180^\circ$ )

Dans le cas 1 les deux minima sont séparés par le même intervalle de temps, mais l'un est plus court que l'autre puisqu'il a lieu au périastre, où la vitesse orbitale est maximale (Fig. 13). De plus, si l'inclinaison  $i$  n'est pas exactement  $90^\circ$ , le minimum correspondant au périastre sera plus profond que celui correspondant à l'apoastre, la distance relative étant plus grande dans ce dernier cas. Dans le cas 2, les deux minima ont une durée égale mais ne sont pas équidistants sur la courbe de lumière : le minimum secondaire ne tombe pas à la phase 0.5 (Fig. 14).

**Quantitativement,** on peut obtenir facilement, dans les cas d'excentricité faible, deux relations qui permettent d'obtenir  $e$  et  $\omega$  :

- Pour exploiter la *durée* des minima, on écrit l'équation de l'ellipse en coordonnées polaires :

$$r = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos v}$$

où  $v$  est l'anomalie vraie (attention, ici  $r$  est le rayon-vecteur et non un rayon stellaire relatif!). Ainsi, on a respectivement pour les deux éclipses :

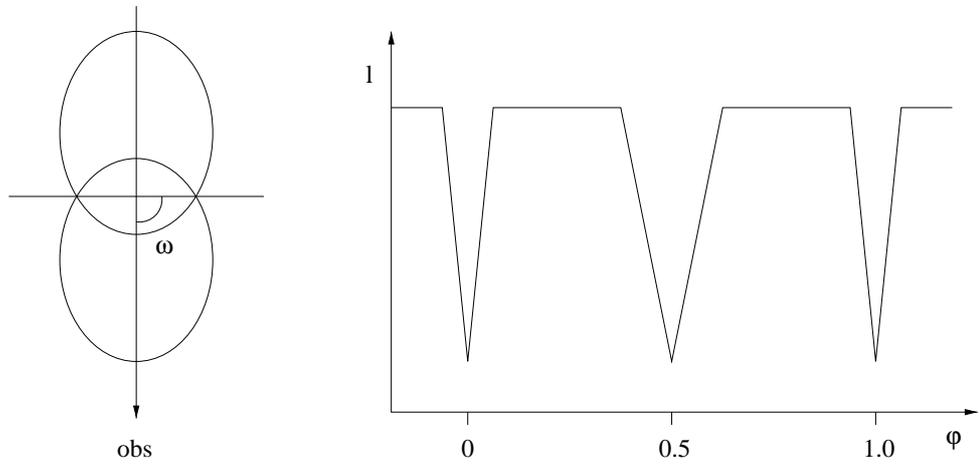


Figure 13.: Cas d'une orbite excentrique avec  $\omega = 90^\circ$  : minima de durées inégales.

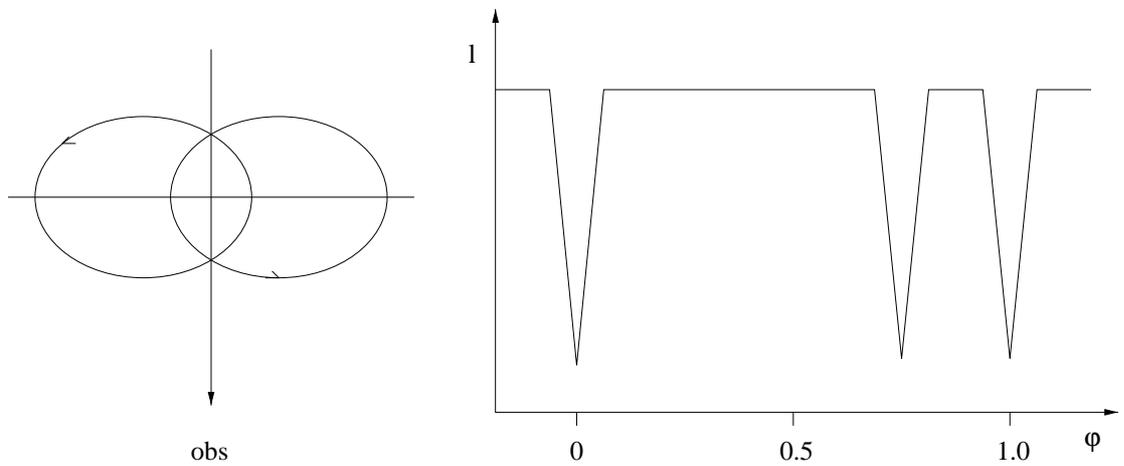
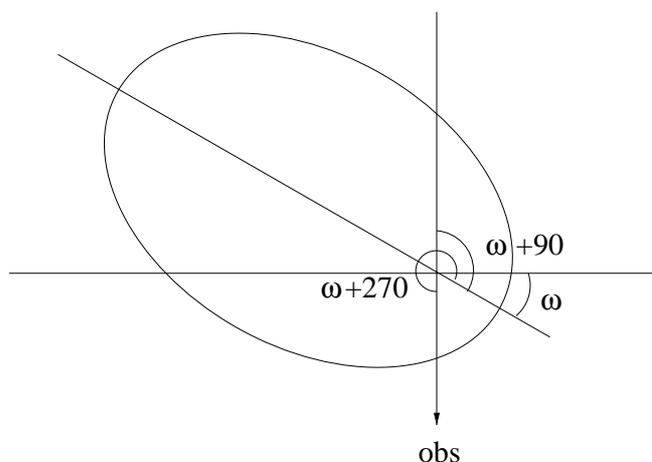


Figure 14.: Cas d'une orbite excentrique avec  $\omega = 0^\circ$  : minima de durées égales séparés par  $\Delta\phi \neq 0.5$

Figure 15.: *Anomalie vraie aux éclipses.*

$$r_1 = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos(\omega + 90^\circ)}$$

$$r_2 = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos(\omega + 270^\circ)}$$

car les éclipses ont lieu pour  $v = \omega + 90^\circ$  et  $v = \omega + 270^\circ$  respectivement, comme le montre la Fig. 15.

Or, le rapport des distances est égal au rapport des durées des minima, à cause de la loi des aires :

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{1 + e \sin \omega}{1 - e \sin \omega} \simeq \frac{D_1}{D_2}$$

On a donc finalement :

$$e \sin \omega \simeq \frac{D_1 - D_2}{D_1 + D_2}$$

relation exacte dans la mesure où  $D_{1,2} \ll 0.5P_{orb}$ .

- Pour exploiter la *phase du minimum secondaire*  $\phi_{II}$ , appliquons la loi des aires à une ellipse de faible excentricité, selon la Fig. 16 : La phase du Min II est égale au rapport de l'aire hachurée sur l'aire totale de l'ellipse, soit

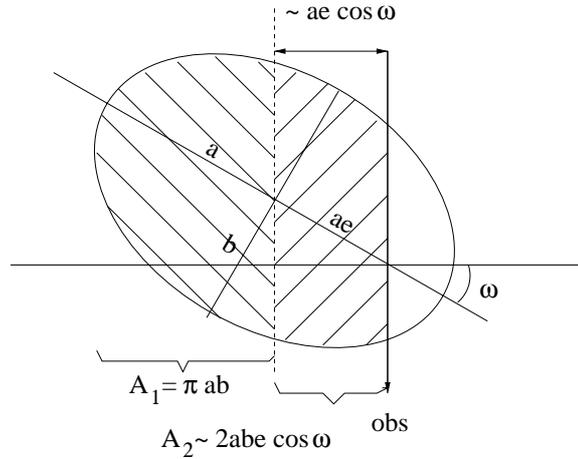


Figure 16.: Aire balayée  $A = A_1 + A_2$  par le rayon-vecteur entre deux éclipses.

$$\phi_{II} = \frac{\frac{1}{2}\pi ab + 2abe \cos \omega}{\pi ab}$$

Donc

$$e \cos \omega \simeq \frac{\pi}{2}(\phi_{II} - 0.5)$$

À titre d'exemple, une excentricité  $e = 0.1$  correspond à une phase  $\phi_{II} = 0.564$  pour  $\omega = 0$ . Cette relation n'est pas exacte, mais reste une bonne approximation pour des excentricités modérées. On voit que les grandeurs les plus directement liées à la courbe de lumière ne sont pas  $e$  et  $\omega$  eux-mêmes, mais plutôt les produits  $e \sin \omega$  et  $e \cos \omega$ . Le dernier peut être déterminé avec grande précision, offrant la possibilité d'étudier la *rotation de la ligne des apsides* de certains systèmes suffisamment serrés.

Signalons que le problème de la *rotation de la ligne des apsides* a été traité, par exemple, par Ibanoglu (2000), Claret (1999a,b) et Wolf (2000).

### 3. Les codes numériques

Il existe de nombreuses méthodes et programmes d'interprétation des courbes de lumière. La méthode la plus originale est sans doute celle

de Kopal, qui proposa, dans une longue série d'articles, de faire une analyse dans l'espace des fréquences de Fourier de la courbe de lumière (Kopal 1975, 1976 entre autres). Bien que cette méthode soit peut-être d'une grande élégance mathématique, sa complexité a manifestement découragé tous les spécialistes, qui lui préfèrent les méthodes plus pragmatiques et plus intuitives de modélisation numérique directe, dans l'espace des temps. Trois codes de ce dernier type sont décrits ci-dessous. On pourrait en citer d'autres, mais qui seraient sans doute moins répandus et connus. L'article de revue de Wilson (1994) pourra aussi être consulté avec profit.

### 3.1 Systèmes détachés, traitement primitif des effets de proximité

Le code le plus répandu pour ce cas est EBOP, de Nelson–Davis–Etzzel (Nelson & Davis 1972). Les paramètres essentiels qu'il utilise sont :

- $J_s$ , la brillance de surface *centrale* de la secondaire, divisée par celle de la primaire
- $r_p$ , rayon sphérique “équivalent” de la primaire, en unités de demi-grand axe de l'orbite relative. S'il y a distorsion, il s'agit du rayon qu'aurait une étoile sphérique de même volume.
- $k = r_s/r_p$ , le rapport des rayons ( $k$  peut être supérieur à 1, notamment dans le cas des algolides).
- $u_p$  et  $u_s$ , l'assombrissement centre-bord de la primaire et de la secondaire respectivement (selon une loi linéaire en  $\cos \theta$ )
- $i$ , l'inclinaison de l'orbite
- $e \cos \omega$
- $e \sin \omega$
- $y_p$  et  $y_s$ , les assombrissements gravitationnel, défini par Binnendijk (1960) et par Russell (1945)
- $S_p$  et  $S_s$ , les quantités de lumière réfléchie
- $q$ , le rapport des masses  $M_s/M_p$  (n'intervient que dans le calcul de la déformation des composantes ; il est inutile de tenter de l'ajuster).
- $t$ , l'angle entre les axes des composantes (supposées ellipsoïdales) et l'axe du système (a toujours été posé nul).
- $L_3$ , “3<sup>e</sup> lumière” : il s'agit d'une source de lumière extérieure au système, mais trop proche angulairement de lui pour être distinguée. Par exemple, ce peut être un troisième compagnon qui orbite assez loin de la binaire (cas d'Algol).  $L_3$  se mesure en fraction de l'éclat total, de sorte que  $L_1 + L_2 + L_3 = 1$ .

- $\Delta\theta$ , la correction de phase (correction à apporter aux phases, s'il s'avère que la phase du minimum primaire diffère légèrement de zéro).
- $SFACT$ , facteur d'échelle qui commande la position verticale de la courbe de lumière : il correspond à peu près à la magnitude à la quadrature.
- $\Delta\gamma$ , l'épaisseur des anneaux d'intégration en degrés. La valeur par défaut est 5. Il s'agit d'un paramètre technique : le disque stellaire est divisé en anneaux concentriques, et la brillance de surface est constante sur chaque anneau, avec une valeur moyenne estimée selon la loi d'assombrissement. Il peut être prudent de diminuer ce paramètre dans le cas des transits planétaires, bien que la valeur par défaut semble rester juste suffisante.
- $P$ , la période orbitale exprimée en jours (vaut 1 si l'on introduit des phases plutôt que des dates juliennes).
- $T(MinI)$ , l'époque du minimum primaire.

Ce programme effectue un calcul numérique de la courbe de lumière *aux seuls points observés* et effectue une convergence sur les paramètres laissés libres par l'observateur. La version originale n'étant pas interactive, on l'a transformée en y ajoutant des appels à des routines *super-mongo*; cette version là est plus pratique et efficace.

Une démarche recommandée par Etzel (1980) pour examiner un système inconnu *a priori* est la suivante :

- Ajuster  $e \cos \omega$ ,  $e \sin \omega$ ,  $\Delta\theta$  et  $SFACT$ , en particulier si l'on soupçonne que  $e \neq 0$ .
- Imposer les valeurs théoriques de  $u_p$ ,  $u_s$  et éventuellement  $y_p$ ,  $y_s$ , puis faire converger  $J_s$ ,  $r_p$ ,  $k$ ,  $i$  et  $SFACT$ . Si l'on a des courbes de lumière dans plusieurs bandes passantes, on peut tester la cohérence des résultats et adopter une valeur moyenne de  $k$ .
- Explorer les valeurs possibles de  $k$  (qui est souvent mal contraint) en le fixant à des valeurs arbitraires mais en laissant libre les autres paramètres pertinents, pour voir dans quelle mesure le problème est dégénéré. Il peut arriver en effet que la déviation standard des résidus (différences entre magnitudes observées et calculées) reste très proche du minimum pour de grandes variations de  $k$ . Le problème est que d'autres paramètres ont le même effet que  $k$  sur la courbe de lumière : il y a corrélation étroite entre  $i$ ,  $k$  et  $J_s$ , par exemple, pour les systèmes à éclipses très partielles. Dans ce cas, seules des contraintes supplémentaires, extérieures à la courbe de lumière (tirées soit de la spectroscopie, soit de considérations astrophysiques), permettront éventuellement d'adopter une bonne valeur pour  $k$ .

- Si  $k$  est bien défini, on peut tenter d'ajuster  $u_p$  et  $u_s$ , ou l'un des deux. Mais c'est un exercice délicat, qui ne sera en général possible que pour les systèmes jouissant d'éclipses totales.

On trouve quelques exemples d'applications de EBOP dans North et al. (1997, 1998). Cependant, il est intéressant de considérer un exemple plus original : le transit planétaire devant l'étoile HD 209458, publié par Charbonneau et al. (2000). Le programme EBOP est parfaitement adapté à ce problème, mais il est passé totalement inaperçu aux yeux des chasseurs d'exoplanètes. Seul un minimum est visible (l'éclat de la planète étant négligeable), si bien que l'on peut poser  $J_s = 0$ . En pratique, seuls deux paramètres peuvent être ajustés : l'inclinaison et le rapport des rayons. La période orbitale valant 3.52447 jours et la masse de la primaire étant estimée à  $1.1 M_\odot$  (Mazeh et al. 2000), on déduit le demi-grand axe de l'orbite  $a = 0.0467 \text{ ua} = 10.04 R_\odot$  de la 3<sup>e</sup> loi de Képler. Charbonneau et al. adoptent  $R_p = 1.1 R_\odot$  (Mazeh et al. préfèrent  $1.2 \pm 0.1 R_\odot$ ), donc  $r_p = 0.11$  (ici le suffixe  $p$  désigne la *primaire*, à savoir l'étoile, et non la planète, contrairement à la convention de Charbonneau et al. ; de même le suffixe  $s$  désignera la *secondaire*, donc la planète).

Si l'on adopte  $u_p = 0.5$  (ce qui est pertinent pour la bande photométrique  $R$ ) ainsi que  $q = 0.01$  (quoique le rapport de masse soit loin d'être crucial ici), et que seuls  $k$  et  $i$  sont laissés libres, le programme converge vers  $k = 0.1184 \pm 0.0016$ , soit  $R_s = 0.13 R_\odot = 1.269 \pm 0.017 R_{\text{Jup}}$ , et vers  $i = 87.00 \pm 0.16^\circ$ . Les valeurs obtenues par Charbonneau et al. sont  $R_s = 1.27 R_{\text{Jup}}$  et  $i = 87.1 \pm 0.2^\circ$  respectivement (on a adopté ici le rayon *équatorial* de Jupiter). À titre de précaution, on avait posé  $\Delta\gamma = 1^\circ$ . On voit qu'on retrouve pratiquement les valeurs de Charbonneau et al. La courbe théorique ajustée montre la forme concave typique d'un transit annulaire.

Cependant, si  $u_p$  est libéré en plus de  $k$  et de  $i$ , la convergence se passe également très bien, mais on obtient  $u_p = 0.13 \pm 0.19$ , avec  $k = 0.1215 \pm 0.0017$  et  $i = 86.68 \pm 0.16$ . Si  $i$  et  $k$  restent assez stables, on voit que la valeur de l'assombrissement centre-bord est très mal contrainte (Fig. 17). Si on libère encore le rayon de la primaire, l'assombrissement reste mal déterminé, l'erreur sur l'inclinaison double mais le rayon de la primaire reste assez stable :  $r_p = 0.1174 \pm 0.0034$ ,  $k = 0.1216 \pm 0.0014$ ,  $u_p = 0.39 \pm 0.25$  et  $i = 86.05 \pm 0.35$ . Il est clair qu'une photométrie beaucoup plus précise, comme l'observation qui vient d'être effectuée avec le HST, permettra une interprétation beaucoup plus sûre, à condition d'introduire un assombrissement centre-bord non linéaire.

Popper (1984) a fait une étude très utile des erreurs que l'on peut attendre sur les paramètres de systèmes détachés en fonction de la précision des données photométriques. Une partie de cette étude est basée sur des courbes de lumière synthétiques. Dans une autre partie, Popper compare

les valeurs des paramètres obtenus par différents auteurs sur les mêmes systèmes et montre que les différences excèdent souvent l'erreur formelle interne, qui devrait être multipliée par trois pour plus de réalisme. Cela indique qu'il existe des erreurs systématiques encore mal comprises, liées soit aux données photométriques elles-mêmes, soit à leur distribution en phase ; il se peut aussi que les erreurs internes soient sous-estimées, bien que des simulations effectuées dans deux cas particuliers ne le suggèrent pas, sauf dans les cas de corrélations mutuelles (North et al. 1997).

### 3.2 Systèmes détachés, avec traitement plus soigné des effets de proximité

Le programme WINK de Wood a connu un certain succès. Il approxime les étoiles déformées par effet de marée par des ellipsoïdes triaxiaux (Wood 1971a,b, 1972, 1973, 1976, Etzel & Wood 1982). Les paramètres pertinents sont :

- Paramètres orbitaux :  $P, T_c$  (époques de la conjonction, c'est-à-dire du Min I),  $R_0 (\equiv a), e, \omega, i$
- Paramètres géométriques : ce sont les demi axes de l'étoile A (primaire) et de l'étoile B (secondaire) :  $a_A, b_A, c_A, a_B, b_B, c_B$ .
- Paramètres photométriques : les brillances de surface sont remplacées par les température effectives des composantes  $T_A$  et  $T_B$  (via des distributions d'énergie théoriques, en l'occurrence celles de Kurucz) ; il y a les assombrissements centre-bord et gravitationnels  $u_A, u_B, \beta_A, \beta_B$ , et enfin les albédos  $w_A, w_B$

Ce programme est mieux à même que EBOP de traiter les systèmes détachés, y compris ceux qui ont des effets de proximité significatifs. Toutefois, il ne traite *pas* les binaires de type Algol (semi-détachées), si ce n'est de manière inévitablement approximative (en ce sens que les paramètres obtenus seront légèrement biaisés ; voir par exemple Gillet et al. 1989) et *a fortiori* les systèmes en contact, par exemple de type W UMa. Pour cela, il faut recourir à un programme plus général encore :

### 3.3 Systèmes semi-détachés ou en contact (algolides, W UMa,...)

Le programme le plus connu et le plus universellement utilisé est celui de Wilson-Devinney. Il y a en réalité deux codes, LC et DC (Wilson & Devinney 1971 ; Wilson 1979, 1990, 1992, 1993). Le code LC produit une courbe synthétique à partir de paramètres donnés ; le code DC calcule les corrections différentielles pour les paramètres laissés libres par l'utilisateur.

Ces programmes ne sont guère "user friendly" (ils sont en ancien fortran et ont des formats de lecture extrêmement rigides et peu pratiques),

EBOP16 exoplanet Charbonneau et al.

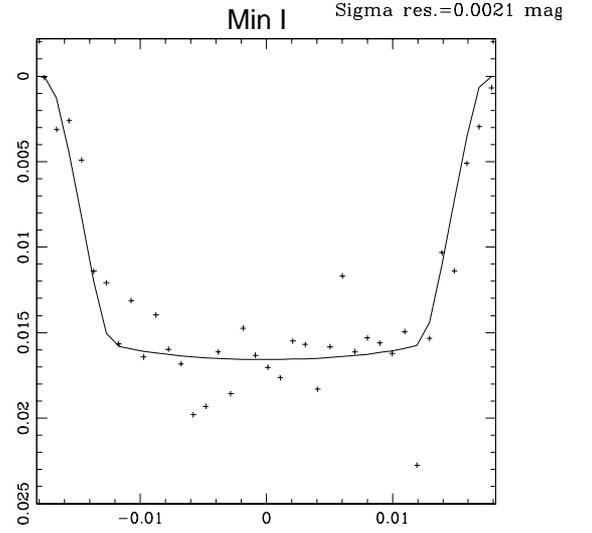
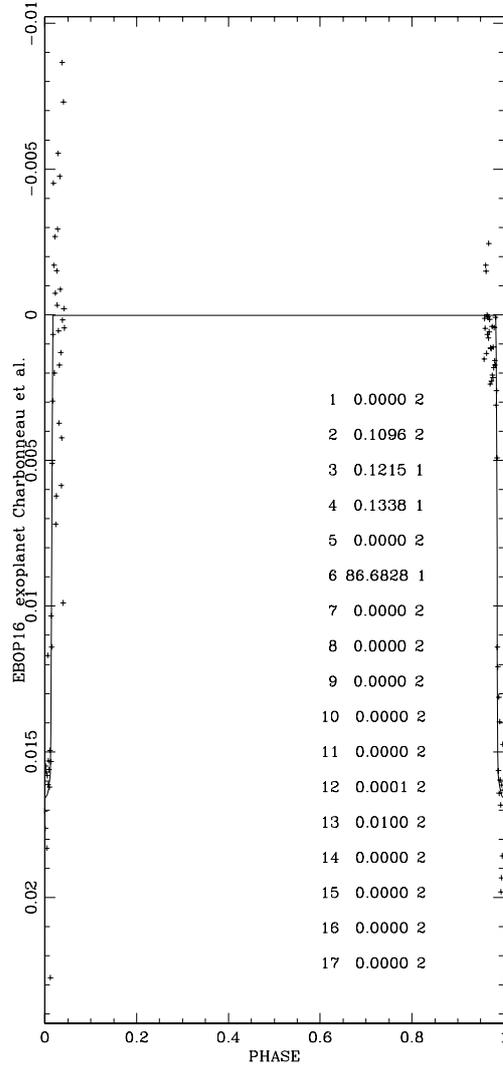


Figure 17.: *Un exemple à ne pas suivre, consistant à surinterpréter la courbe de lumière : solution donnée par EBOP du transit planétaire de HD 209458, en laissant libre l'assombrissement centre-bord  $u_p$  de l'étoile (données de Charbonneau et al. 2000). Les paramètres numérotés de 1 à 17 sont  $J_s$ ,  $r_p$ ,  $k$ ,  $u_p$ ,  $u_s$ ,  $i$ ,  $e \cos \omega$ ,  $e \sin \omega$ ,  $y_p$ ,  $y_s$ ,  $S_p$ ,  $S_s$ ,  $q$ ,  $t$ ,  $L_3$ ,  $\Delta\theta$ ,  $SFACT$ . Le chiffre qui suit, 1 ou 2, indique que le paramètre correspondant est respectivement libre ou fixe dans l'ajustement. L'assombrissement centre-bord ajusté est beaucoup trop faible ; la témérité de l'ajustement est d'ailleurs sanctionnée par une erreur formelle plus grande que  $u_p$  lui-même.*

mais ils ont l'avantage d'être *très généraux*, car ils comprennent plusieurs modules liés à différents types de binaires :

- Mode -1 : binaires X où l'on connaît la durée de l'éclipse par la courbe de rayons X
- Mode 0 : pas de contraintes du tout, luminosités découplées des  $T_{\text{eff}}$  ( $\sim$  méthode de Russell)
- Mode 1 : binaires W UMa ("overcontact"), avec  $\Omega_2 = \Omega_1$
- Mode 2 : binaires détachées, mais  $L_2$  lié à  $T_{\text{eff}_2}$
- Mode 3 : comme mode 1, mais pas de contrainte sur  $T_{\text{eff}_2}$ , qui peut être un paramètre ajustable indépendant : contact géométrique mais pas thermique.
- Mode 4 : binaires semi-détachées, où la *primaire* remplit son lobe-limite (lobe de Roche si l'orbite est circulaire).
- Mode 5 : binaires semi-détachées, où la *secondaire* remplit son lobe-limite : cas des *algolides*.  $L_2$  est couplé à la température.
- Mode 6 : "double contact binaires" : cas de rotation *non synchrone*.

Ce programme peut traiter *simultanément* des courbes en plusieurs couleurs, ce qui rend la solution des éléments géométriques et orbitaux plus robuste et plus exacte. De plus, il traite aussi *simultanément* les courbes de *vitesse radiale*, y compris les effets "non képlériens" liés à la déformation des composantes, à la réflexion et aux éclipses.

Cette paire de programmes (Wilson a *intentionnellement séparé* LC et DC) est difficile à utiliser et nécessite une certaine expérience. L'"output" de DC donne uniquement les *incrémentes* des paramètres libres avec leurs erreurs, et c'est à l'utilisateur de calculer "à la main" les nouvelles valeurs des paramètres et les écrire dans le fichier d'entrée de LC pour visualiser le résultat. Le but est d'obliger l'utilisateur à examiner de manière critique le résultat de chaque tentative de convergence.

Les paramètres essentiels sont énumérés ci-dessous pour le cas de l'algolide TZ Eri :

- $T_1, T_2$ , les température effective des composantes
- $A \equiv a$ , le demi-grand axe de l'orbite relative
- $i$ , l'inclinaison de l'orbite
- $q = M_2/M_1$  le rapport des masses
- $\Omega_1, \Omega_2$ , les potentiels définis par Wilson (1979), qui sont ici des variables plus pertinentes que les rayons.  $\Omega_2$  reste fixe dans le mode 5.
- $L_1(\lambda)/(L_1 + L_2)$  et  $L_2(\lambda)/(L_1 + L_2)$ , les luminosités relatives. Ces deux grandeurs sont couplées car leur somme vaut 1, mais il y en

a autant que de bandes passantes dans lesquelles un système a été mesuré.

- $x_1(\lambda), y_1(\lambda), x_2(\lambda), y_2(\lambda)$ , les paramètres d'assombrissement centre-bord selon une loi non linéaire (logarithmique) en  $\cos \theta$ . Des valeurs théoriques de ces paramètres sont données par Van Hamme (1993). Pour TZ Eri, on a pu ajuster  $x_1$  après avoir fixé  $x_2$  et  $y_1, y_2$  à leurs valeurs théoriques (Barblan et al. 1998).

#### 4. Conclusion

Si elles sont observées avec soin, les binaires à éclipses sont encore susceptible de nous renseigner sur l'évolution stellaire et même sur la distance exacte des galaxies proches, à condition que les données soient traitées avec tous les raffinements récents de la théorie des atmosphères stellaires (effets de réflexion, modification de l'assombrissement centre-bord...). Comme le soulignait Andersen (1991), il faut non seulement d'excellentes données photométriques en plusieurs couleurs pour tirer des renseignements véritablement utiles, mais aussi de bonnes courbes de vitesse radiale et des abondances précises. En effet, il est essentiel de bien connaître la métallicité des composantes si l'on veut comparer leur position empirique dans le diagramme HR avec des modèles d'évolution.

L'avantage des binaires à éclipses pour les tests des modèles d'évolution réside dans le fait que contrairement au cas des amas stellaires, on a une détermination directe des masses. En ce sens elles sont complémentaires des amas. Les systèmes bien détachés, sans effets de proximité significatifs, sont idéaux pour ce genre de tests, puisque chaque étoile peut alors être considérée comme évoluant indépendamment de l'autre.

Les systèmes détachés, mais avec des effets de proximité mesurables ont aussi leur intérêt, puisqu'ils permettent par exemple de tester les théories de marée, en comparant les période de rotation axiale et orbitale de chaque composante pour voir si le synchronisme s'est établi ou non. En particulier, les systèmes de type RS CVn, où l'une des composantes présente une variation intrinsèque due à des taches, permettent de mesurer très précisément la période axiale et offrent donc un test très exigeant du synchronisme (Burki et al. 1992). D'autres systèmes ont une composante qui varie à cause de pulsations (surtout en spectroscopie, s'il s'agit de pulsations non radiales de nombre  $l$  élevé), qui dans certains cas d'orbite excentrique pourraient être stimulées par l'effet de marée variable (Harmanec et al. 1997).

L'amélioration des techniques d'observation, au sol et surtout dans l'espace (satellite COROT par exemple), va certainement stimuler l'étude et l'exploitation des binaires à éclipses.

Pour ceux qui voudraient approfondir le sujet, signalons encore quelques ouvrages intéressants à consulter :

- “Close binary systems” de Kopal (1959) : un classique où tous les aspects sont abordés sous l’angle analytique. On y trouve en particulier une description détaillée du modèle de Roche.
- “Eclipsing variable stars” édité par Tsesevich (1973) : un peu ancien, mais utile d’un point de vue historiques et pour quelques aspects analytiques ; le dernier chapitre traite de la rotation de la ligne des apsides et de l’effet d’un troisième corps.
- “Light Curve Modeling of Eclipsing Binary Stars” édité par Milone (1993) : discute quelques améliorations aux programmes EBOP et Wilson-Devinney, entre autres.
- L’atlas de courbes de lumière synthétiques de Terrell et al. (1992) qui est d’une grande valeur pédagogique. Ce livre réunit une collection de courbes de lumière engendrées par le programme de Wilson-Devinney, mais pour des systèmes réels dont les éléments ont été publiés dans la littérature. Pour chaque système, trois courbes sont présentées : une pour l’IR (16000 Å), une pour le visible (5500 Å) et une pour l’UV (2000 Å).

**Remerciements** : Une grande partie de cette contribution est directement inspirée du cours “Les étoiles”, donné par le Professeur Marcel Golay à l’Observatoire de Genève au milieu des années 1970. Je remercie David Charbonneau d’avoir mis à ma disposition ses mesures photométriques du transit de HD 209458.

## Références

- [1] Alencar, S.H.P., Vaz, L.P.R., 1997, A&A 326, 257
- [2] Alencar, S.H.P., Vaz, L.P.R., 1999, A&AS 135, 555
- [3] Alencar, S.H.P., Vaz, L.P.R., Nordlund, Å., 1999, A&A 346, 556
- [4] Andersen, J., 1991, A&A Rev. 3, 91
- [5] Barblan, F., Bartholdi, P., North, P., Burki, G., Olson, E.C., 1998, A&A 132, 367
- [6] Binnendijk, L., 1960, Properties of double stars, Univ. of Pennsylvania, Philadelphia, pp. 288-326
- [7] Binnendijk, L., 1974, Vistas in Astronomy 16, 61
- [8] Burki, G., Kviz, Z., North, P., 1992, A&A 256, 463
- [9] Chandrasekhar, S., 1933, MNRAS 93, 539

- [10] Charbonneau, D., Brown, T.M., Latham, D.W., Mayor, M., 2000, *ApJ* 529, L45
- [11] Claret, A., 1999a, *A&A* 350, 56
- [12] Claret, A., 1999b, *A&A* 352, 163
- [13] Claret, A., 2000, *A&A* 359, 289
- [14] Claret, A., Diaz-Cordovés, J., Giménez, A., 1995, *A&AS* 114, 247
- [15] Diaz-Cordovés, J., Claret, A., Giménez, A., 1995, *A&AS* 110, 329
- [16] Diaz-Cordovés, J., Giménez, A., 1992, *A&A* 259, 227
- [17] Etzel, P.B., 1980, *EBOP User's guide* (3rd edition), UCLA
- [18] Etzel, P.B., Wood, D.B., 1982, "WINK status report #10", 25 May 1982
- [19] Gillet, D., Mouchet, M., North, P., 1989, *A&A* 219, 219
- [20] Harmanec, P., Hadrava, P., Yang, S. et al., *A&A* 319, 867
- [21] Hauck, B., 1985, in "Calibration of fundamental stellar quantities", *IAU Symp.* 111, eds. D.S. Hayes, L.E. Pasinetti and A.G. Davis Philip, p. 271
- [22] Ibanoglu, C., 2000, in : *Variable stars as essential astrophysical tools*, ed. C. Ibanoglu, Kluwer, Dordrecht (NATO science series. Series C, Mathematical and physical sciences ; vol. 544), p.565
- [23] KlingleSmith, D.A., Sobieski, S., 1970, *AJ* 75, 175
- [24] Kopal, Z., 1959, *Close binary systems*, The international astrophysics series, Volume five, Chapman & Hall, London
- [25] Kopal, Z., 1975, *Astrophys. & Space Science* 34, 431 (Paper I)
- [26] Kopal, Z., 1976, *Astrophys. & Space Science* 45, 269 (Paper IX)
- [27] Lucy, L.B., 1967, *Z. Astrophys.* 65, 89
- [28] Manduca, A., Bell, R.A., Gustafsson, B., 1977, *A&A* 61, 809
- [29] Mazeh, T., Naef, D., Torres, G., et al., 2000, *ApJ* 532, L55
- [30] Milone, E.F., 1993, *Light Curve Modeling of Eclipsing Binary Stars*, Springer Verlag
- [31] Nelson, B., Davis, W.D., 1972, *ApJ* 174, 617
- [32] North, P., Studer M., Künzli M., 1997, *A&A* 324, 137
- [33] North, P., Carquillat, J.-M., Ginestet, N., Carrier, F., Udry, S., 1998, *A&AS* 130, 223
- [34] Paczyński, B., 1997, in "The extragalactic distance scale", eds. M. Livio, M. Donahue and N. Panagia, *STSci Symp. Ser.* 10, Cambridge University Press, p. 273
- [35] Popper, D.M., 1984, *AJ* 89, 132
- [36] Russell, H.N., 1945, *ApJ* 102, 1
- [37] Terrell, D., Mukherjee, J.D., Wilson, R.E., 1992, *Binary stars : a pictorial atlas*, Krieger Publishing Company, Malabar, Florida

- [38] Tsesevich, V.P., 1973, "Eclipsing variable stars", IPST Astrophysics Library, Halsted Press, John Wiley & Sons, New York – Toronto
- [39] Van Hamme, W., 1993, AJ 106, 2096
- [40] Van't Veer, F., 1960, Rech. Astr. Obs. Utrecht 14, No 3
- [41] Wade, R.A., Rucinski, S.M., 1985, A&AS 60, 471
- [42] Wilson, R.E., 1979, ApJ 234, 1054
- [43] Wilson, R.E., 1990, ApJ 356, 613
- [44] Wilson, R.E., 1992, "Documentation of eclipsing binary computer model", Department of Astronomy, University of Florida, Revision of 1992 : May
- [45] Wilson, R.E., 1993, in "New frontiers in interacting binary star research", eds. K.C. Leung et I.S. Nha, Calif. Astronomical Society of the Pacific, p. 91
- [46] Wilson, R.E., 1994, PASP 106, 921
- [47] Wilson, R.E., Devinney, E.J., 1971, ApJ 166, 605
- [48] Wolf, M., 2000, A&A 356, 134
- [49] Wood, D.B., 1971a, AJ 76, 701
- [50] Wood, D.B., 1971b, PASP 83, 286
- [51] Wood, D.B., 1972, "A computer program for modeling non-spherical eclipsing binary star systems", Publ. of the Goddard Space Flight Center X-110-72-473
- [52] Wood, D.B., 1973, MNRAS 164, 53
- [53] Wood, D.B., 1976, AJ 81, 855