

Formation des planètes

Caroline E. J. M. L. J. Terquem

*Institut d'Astrophysique de Paris, UMR7095 CNRS, Université
Pierre et Marie Curie–Paris 6, 98bis boulevard Arago, 75014
Paris*

*Université Denis Diderot–Paris 7, 2 Place Jussieu, 75251 Paris
Cedex 5*

Institut Universitaire de France

Abstract. We review theories of terrestrial and giant planet formation. The following stages are described : sedimentation of micron sized dust grains in the protoplanetary disk, growth through collisions and accumulation and capture of a gaseous envelope by a planetary core.

Table des matières

1. Introduction	101
2. Les matériaux de base des planètes	102
3. Formation des planètes terrestres	104
3.1 Equation du mouvement pour le gaz et la poussière . . .	105
Vitesse angulaire du gaz.	106
Equations du mouvement pour les grains de poussière. .	106
3.2 Sédimentation des grains de poussière	107
Force de frottement exercée par le gaz sur les grains. . .	107
Mouvement horizontal des grains.	108
Mouvement vertical des grains.	109
3.3 Obtention de planétésimaux	111
3.4 Des planétésimaux aux planètes	114
Interaction entre le gaz et les planétésimaux.	115
Des planétésimaux aux protoplanètes.	116
Des protoplanètes aux planètes.	120
4. Formation des planètes géantes	122
4.1 Equations de base gouvernant la structure de l'enveloppe	124

4.2	Conditions aux limites	125
4.3	Résultats numériques	126

1. Introduction

Les théories de formation des planètes ont été développées sur la base d'un échantillon unique, notre propre système solaire. Elles n'ont cependant pas été fondamentalement remises en question par les observations récentes de planètes extrasolaires, qui ont pourtant révélé des systèmes planétaires avec des caractéristiques très différentes du nôtre. La diversité des systèmes observés est présumée être la conséquence des interactions qui se produisent entre les différentes planètes d'un système et entre les planètes en formation et le disque dans lequel elles sont initialement enfouies, non de mécanismes de formation exotiques. Ces différentes interactions seront présentées dans un chapitre ultérieur. Ici, nous allons décrire les théories de formation des planètes terrestres et géantes.

Il est aujourd'hui admis par l'ensemble des astrophysiciens que les planètes terrestres se forment par accumulation de matériel solide, constitué par les éléments qui ont condensé dans l'environnement gazeux du disque protoplanétaire. Cette théorie trouve son origine au XIX^{ème} siècle, où déjà l'idée que la Terre et les autres planètes étaient constituées de matériel météoritique avait été avancée. Au début du XX^{ème} siècle, elle fut soutenue avec conviction par le géologue T. C. Chamberlin, qui baptisa "planétésimaux" les objets solides qui s'étaient accumulés pour former les planètes. Ce n'est cependant que dans les années 1960 que la théorie fut développée de manière quantitative par V. Safronov qui, dans un véritable travail de pionnier, proposa un calcul détaillé des étapes successives de la formation des planètes terrestres. Bien que quelques-uns de ses articles aient été traduits en anglais peu de temps après leur parution en russe, ce n'est qu'en 1972, avec la publication de la version anglaise de son livre *Evolution of the Protoplanetary Cloud*, que ses travaux furent unanimement reconnus dans les pays occidentaux. Depuis, cette théorie a connu d'importants développements, surtout grâce à l'émergence des simulations numériques, que G. W. Wetherill en particulier a extensivement utilisées pour étudier la formation des planètes par accumulation de planétésimaux.

Qu'en est-il des planètes géantes? On peut ici distinguer deux théories. Selon la première, les planètes géantes sont le produit de l'effondrement gravitationnel et de la fragmentation du disque protostellaire (supposé massif) qui entoure l'étoile nouvellement formée. Ce mécanisme s'apparente à celui que Laplace déjà avait proposé en 1796. Dans sa version moderne, il a été développé par G. Kuiper dans les années 1950, puis par A. G. W. Cameron dans les années 1960 et 1970. Aujourd'hui, il est encore défendu par quelques astrophysiciens, notamment A. P. Boss.

La seconde théorie de formation des planètes géantes, proposée par Cameron en 1973, suppose qu'un cœur planétaire s'assemble d'abord de

la même manière que les planètes terrestres. Lorsque ce cœur, constitué de matériel solide, devient suffisamment massif, il peut capturer à sa surface une quantité importante de gaz qui forme alors l'atmosphère de la planète.

Cette seconde théorie est plus communément admise aujourd'hui que celle qui suppose l'effondrement gravitationnel du disque. La raison est qu'il est très difficile de fragmenter un disque pour former des planètes, ainsi qu'en témoignent la plupart des simulations numériques effectuées à ce jour. Un système en rotation est en effet stabilisé contre l'effondrement gravitationnel par les forces de pression à petite échelle et par la rotation à toutes les échelles. L'auto-gravité étant une force à longue portée, les modes instables tendent à avoir des échelles (le long de l'axe de rotation) importantes, qui ne sont pas nécessairement accessibles dans un disque dont l'épaisseur est limitée. D'autre part, la fragmentation n'a lieu que lorsque le système est instable en réponse à une perturbation à symétrie axiale. Or la masse requise dans le disque pour qu'une telle instabilité se produise est supérieure à celle requise pour obtenir une instabilité en réponse à une perturbation non symétrique, celle-ci résultant en une redistribution de la masse qui stabilise le disque. En général, une perturbation quelconque a une composante symétrique et une composante non symétrique. On voit alors la difficulté de fragmenter un disque. Celui-ci se forme par effondrement progressif de la matière qui était initialement dans un nuage moléculaire. Avant de devenir suffisamment massif pour se fragmenter, en réponse à une perturbation quelconque, le disque va être suffisamment massif pour que des ondes spirales, caractéristiques des instabilités non symétriques, transportent une partie de sa masse sur l'étoile qui se forme au centre, prohibant ainsi toute occurrence de fragmentation.

Dans ce chapitre, nous ne développerons donc que la théorie de formation des planètes par assemblage d'un cœur puis capture d'une enveloppe de gaz. En ce qui concerne l'historique des théories de formation planétaire, de plus amples détails sont donnés dans la revue exhaustive de Brush (1990).

2. Les matériaux de base des planètes

Les disques protoplanétaires sont constitués essentiellement d'hydrogène et d'hélium. Cependant, ils contiennent également des éléments plus lourds, ingrédients essentiels à la formation des planètes et l'émergence de la vie. L'abondance des éléments en masse est de 73% pour l'hydrogène, 25% pour l'hélium, 0.8% pour l'oxygène, 0.3% pour le carbone, 0.1% pour le néon et l'azote, 0.07% pour le silicium, 0.05% pour le magnésium et 0.04% pour le soufre.

Dans les conditions de température et de pression caractéristiques des disques protoplanétaires, l'hydrogène, qui est sous forme moléculaire H_2 , et l'hélium sont dans l'état gazeux. Ces éléments constituent 98% de la masse totale.

Les éléments les plus abondants après H et He sont l'oxygène, le carbone et l'azote. Avec l'hydrogène, ils constituent la plupart des *glaces* qui se forment dans l'univers, comme l'eau et le méthane solides (H_2O et CH_4), l'ammoniac (NH_3), le dioxyde et monoxyde de carbone (CO_2 et CO), et les hydrates de gaz (qui sont des solides cristallins composés de molécules de gaz, comme CH_4 ou NH_3 , contenues individuellement dans une cage de molécules d'eau). La température de condensation de ces glaces est d'entre 10 et 200 K aux pressions caractéristiques des disques protoplanétaires (cette température étant relativement basse, ces éléments sont dits *volatiles*).

Tous les autres éléments, qui constituent moins de 1% de la masse totale, ont des températures de condensation plus élevées.

Les éléments *réfractaires* ont des températures de condensation supérieures à 1 500 K. Ce sont essentiellement des oxydes de calcium et d'aluminium.

Le matériel ayant une température de condensation dans l'intervalle 200–1 500 K comprend essentiellement des alliages métalliques de fer et de nickel et des silicates de calcium, aluminium, fer, magnésium et sodium. Les solides formés par combinaison du fer, du magnésium, du silicium et du soufre avec eux-mêmes et avec l'oxygène représentent environ 91% en masse du matériel *rocheux* dont sont constituées les planètes terrestres.

Des *condensats* se forment par agglomération d'atomes pour donner ce qu'on appelle communément des *grains de poussière*. Dans les nuages moléculaires qui vont donner naissance à des étoiles, les températures, de l'ordre de 20 K, sont suffisamment faibles pour que tous les éléments plus lourds que H et He condensent. Dans les disques protoplanétaires, en revanche, les températures vont de plus de 1 000 K près de l'étoile à quelques 10 K dans les parties externes. Le type d'élément qui condense dépend donc de la distance à l'étoile.

Considérons un modèle standard de disque protoplanétaire avec un taux d'accrétion de gaz $\dot{M} = 10^{-7} M_{\odot} \text{ an}^{-1}$ et un paramètre de viscosité $\alpha = 10^{-2}$ (Shakura & Sunyaev 1973). Ces valeurs sont compatibles avec les observations d'une part et les simulations numériques de turbulence magnétohydrodynamique d'autre part. Ce modèle est schématiquement illustré sur la figure 1 (voir Papaloizou & Terquem 1999 pour plus de détails), où r est la distance de l'étoile centrale en unités astronomiques (UA), T la température en K, et P la pression en Pascals.

La *limite des glaces* ("snow line" en anglais) est la limite en-deçà de laquelle les glaces ne peuvent exister. Dans le système solaire, elle

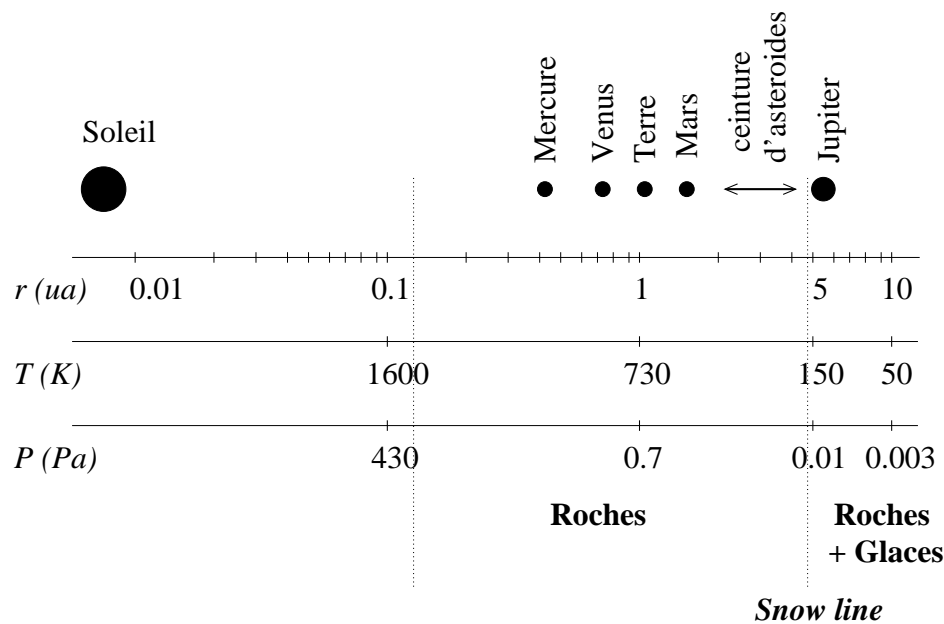


Figure 1.: *Modèle standard de disque avec $\dot{M} = 10^{-7} M_{\odot} \text{ an}^{-1}$ et $\alpha = 10^{-2}$.*

se situe juste à l'intérieur de l'orbite de Jupiter. Les glaces étant les éléments solides les plus abondants dans l'Univers, des planètes plus massives peuvent se former dans les régions où elles se trouvent.

3. Formation des planètes terrestres

Dans la formation des planètes terrestres, ou des cœurs de planètes géantes, on peut distinguer plusieurs étapes. Il y a, d'abord, la sédimentation autour du plan médian du disque des grains de poussière initialement présents dans la nébuleuse. Le mouvement de ces grains, qui sont de très petite taille, est contrôlé à la fois par la présence du gaz environnant et par la force gravitationnelle exercée par l'étoile centrale. Lors de la sédimentation, ces grains s'agglomèrent pour former des objets dont la taille est de l'ordre du centimètre ou du mètre. Les détails de l'étape suivante, au cours de laquelle les objets deviennent des *planétésimaux*, dont la taille est de l'ordre de 0.1–1 kilomètre, sont incertains. La croissance se poursuit probablement par collisions et agglomération successives, mais d'autres mécanismes ont également été proposés. Les planétésimaux, quant à eux, sont suffisamment massifs pour que leur trajectoire soit affectée par l'interaction gravitationnelle qu'ils

exercer les uns sur les autres. L'évolution se poursuit alors sous l'effet des forces gravitationnelles et des collisions, jusqu'à formation des planètes. Ce sont ces différentes étapes que nous allons maintenant décrire plus en détail.

Dans ce qui suit, nous ferons les applications numériques des calculs à la distance d'une unité astronomique de l'étoile située au centre du disque considéré. Pour un disque standard, tel que celui illustré sur la figure 1, les température, pression et densité volumique de masse du gaz dans le plan médian sont, respectivement, $T = 730$ K, $P = 0.7$ Pa et $\rho = 2 \times 10^{-7}$ kg m⁻³. Le gaz étant principalement de l'hydrogène moléculaire, le nombre de molécules par unité de volume est alors $n = 6 \times 10^{19}$ m⁻³. Aux températures et pressions qui nous intéressent, le gaz peut être considéré comme parfait. Si, de plus, il est polytropique, c'est-à-dire $P \propto \rho^\gamma$ (ce qui est le cas par exemple pour un gaz isotherme ou adiabatique), la vitesse du son, qui vient de $c_s^2 = dP/d\rho$, est donnée par $c_s^2 = \gamma kT/(2m_H)$, où k est la constante de Boltzmann et m_H la masse de l'atome d'hydrogène. Comme $\gamma \sim 1$, on a donc dans le plan médian $c_s \simeq 2 \times 10^3$ m s⁻¹. Ce sont ces valeurs qui seront utilisées pour les applications numériques dans la suite de ce chapitre.

3.1 Equation du mouvement pour le gaz et la poussière

Lorsque le disque protoplanétaire se forme, les condensats d'éléments lourds sont sous forme de grains de poussière dont la taille est de l'ordre du micromètre. Dans le disque, les molécules de gaz et les grains de poussière sont soumis à la force gravitationnelle $-\nabla\Psi$ par unité de masse, où Ψ est le potentiel gravitationnel de l'étoile centrale. D'autre part, le gaz exerce une force de pression $-\nabla P$ par unité de volume. Les grains de poussière, quant à eux, ont une densité tellement faible que les forces de pression qu'ils exercent sont négligeables. Ils sont cependant soumis à la force de frottement \mathbf{F}_f exercée par le gaz.

On considère un référentiel centré sur l'étoile, et on note (r, φ, z) les coordonnées cylindriques, où z est l'axe de rotation, et $(\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\varphi, \mathbf{e}_z)$ les vecteurs unitaires associés. On note $H(r)$ la demi-épaisseur du disque au rayon r et \mathbf{v}_p la vitesse des grains de poussière. Les molécules de gaz, à l'équilibre hydrostatique sous l'action de la force gravitationnelle et des forces de pression, sont en rotation à la vitesse $r\Omega$.

L'équation d'équilibre hydrostatique pour le gaz permet d'obtenir l'épaisseur du disque, dans le cas où celui-ci est fin, sous la forme $H \sim c_s/\Omega_K$, où $\Omega_K = (GM_\star/r^3)^{1/2}$ est la vitesse angulaire képlérienne, M_\star étant la masse de l'étoile centrale. A $r = 1$ UA, $\Omega_K = 2 \times 10^{-7}$ s⁻¹ pour une étoile de masse solaire, et donc $H \sim 0.1r$. On vérifie qu'on a donc bien $H \ll r$.

Vitesse angulaire du gaz. Comme $H \ll r$, on peut écrire $\Psi \simeq -GM_*/r = -r\Omega_K^2$. Alors, en régime stationnaire, l'équation du mouvement dans la direction radiale pour les molécules de gaz donne :

$$\Omega^2 = \frac{1}{\rho r} \frac{\partial P}{\partial r} + \Omega_K^2. \quad (1)$$

Comme la pression diminue avec la distance au centre, *le mouvement du gaz est sub-képlérien*. Dans un disque fin, le premier terme du membre de droite est petit devant Ω_K^2 (ou, de manière équivalente, la composante radiale de la force gravitationnelle est grande devant celle des forces de pression). En effet, $\partial P/\partial r = c_s^2 \partial \rho/\partial r$. D'autre part, si ρ est approximativement une loi de puissance de r (ce qui est généralement le cas, au moins localement), $|\partial \rho/\partial r| \sim \rho/r$. Alors le rapport des composantes radiales des forces de pression et de la force gravitationnelle est de l'ordre de $c_s^2/(r^2 \Omega_K^2)$, ou encore $(H/r)^2$, c'est-à-dire de l'ordre de 10^{-2} à $r = 1$ UA. *L'écart à la rotation képlérienne est donc faible.*

Dans ces conditions, on peut écrire :

$$\Omega^2 - \Omega_K^2 = (\Omega + \Omega_K)(\Omega - \Omega_K) \simeq 2\Omega_K(\Omega - \Omega_K), \quad (2)$$

et l'expression (1) ci-dessus donne :

$$\Omega - \Omega_K \simeq \frac{1}{2r\Omega_K} \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r}. \quad (3)$$

Equations du mouvement pour les grains de poussière. Pour un grain de poussière de masse m_p , les équations du mouvement selon les trois directions sont :

$$\frac{\partial v_{p,r}}{\partial t} + v_{p,r} \frac{\partial v_{p,r}}{\partial r} - \frac{v_{p,\varphi}^2}{r} = -r\Omega_K^2 + \frac{F_{f,r}}{m_p}, \quad (4)$$

$$\frac{\partial v_{p,\varphi}}{\partial t} + v_{p,r} \frac{\partial v_{p,\varphi}}{\partial r} + \frac{v_{p,r} v_{p,\varphi}}{r} = \frac{F_{f,\varphi}}{m_p}, \quad (5)$$

$$\frac{\partial v_{p,z}}{\partial t} + v_{p,r} \frac{\partial v_{p,z}}{\partial r} = -\Omega_K^2 z + \frac{F_{f,z}}{m_p}, \quad (6)$$

où on a supposé que les vitesses ne dépendaient ni de φ (symétrie cylindrique) ni de z (disque fin).

3.2 Sédimentation des grains de poussière

Sous l'action de la force gravitationnelle exercée par l'étoile centrale, les grains de poussière ont tendance à osciller autour du plan médian du disque. La force de frottement exercée par le gaz amortit ces oscillations, et, finalement les grains sédimentent autour du plan médian. D'autre part, ils sont entraînés par les molécules de gaz dans leur rotation autour de l'étoile à une vitesse légèrement inférieure à la vitesse képlérienne, qui est la vitesse qu'ils auraient en l'absence de gaz. Les grains, qui ne sont pas "retenus" par des forces de pression, ne vont donc pas avoir une vitesse de rotation suffisante pour pouvoir rester sur une orbite fixe, et vont "dériver" vers l'intérieur du disque. Ce sont ces processus que nous allons maintenant décrire en détail.

Force de frottement exercée par le gaz sur les grains. L'expression de la force de frottement diffère selon que le libre parcours moyen des molécules de gaz, l , est grand ou petit comparé à la dimension des grains. On a $l = 1/(n\sigma)$, où n est le nombre de molécules par unité de volume et σ la section efficace de collision. Avec $n = 6 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$ et $\sigma \sim 10^{-20} \text{ m}^2$, on obtient l de l'ordre du mètre au voisinage du plan médian (où l est minimum pour un rayon donné). Les grains de poussière qui nous intéressent ici ont des dimensions bien inférieures au mètre. La force de frottement est alors donnée par la loi d'Epstein (voir par exemple Weidenschilling 1977) :

$$\mathbf{F}_f \sim -\pi r_p^2 \rho c_s (\mathbf{v}_p - r\Omega \mathbf{e}_\varphi), \quad (7)$$

où r_p est le rayon des grains de poussière, ici supposés sphériques, et c_s la vitesse d'agitation thermique du gaz, égale à la vitesse du son. Notons que la force de frottement est proportionnelle à la vitesse *relative* des grains de poussière et du gaz. Cette formule est valable dans la limite $|\mathbf{v}_p - r\Omega \mathbf{e}_\varphi| \ll c_s$, qui s'applique ici ainsi que nous le justifierons plus loin. Le coefficient exact qui intervient dans l'expression ci-dessus dépend de la géométrie des grains de poussière, et vaut $4/3$ pour des grains sphériques. On définit le temps τ_e tel que :

$$\tau_e \equiv \frac{m_p}{\pi r_p^2 \rho c_s} \simeq \frac{\rho_s r_p}{\rho c_s}, \quad (8)$$

où ρ_s est la densité de masse d'un grain de poussière (l'indice 's' rappelant qu'il s'agit de la matière solide). C'est le temps au bout duquel la vitesse d'un grain soumis uniquement à la force de frottement diminue d'un facteur e . On adoptera $\rho_s = 3 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$, qui est comparable à la densité des astéroïdes et de la croûte terrestre, et $r_p = 10^{-6} \text{ m}$. Avec

les valeurs de ρ et c_s données ci-dessus, on obtient $\tau_e \sim 10$ s.

Mouvement horizontal des grains. Nous allons supposer ici que le mouvement est en première approximation un mouvement képlérien autour de l'étoile centrale, c'est-à-dire que $v_{p,\varphi}$ est de l'ordre de $r\Omega_K$ et que $|v_{p,r}| \ll |v_{p,\varphi}|$. Nous justifierons cette approximation *a posteriori*. En régime stationnaire, réécrivons l'équation (5) sous la forme :

$$\frac{v_{p,r}}{r\Omega_K} \left(\frac{r}{v_{p,\varphi}} \frac{\partial v_{p,\varphi}}{\partial r} + 1 \right) = -\frac{1}{\tau_e \Omega_K} \left(1 - \frac{r\Omega}{v_{p,\varphi}} \right).$$

Le membre de gauche est d'ordre 1 en $v_{p,r}/(r\Omega_K)$. Comme ici $\tau_e \Omega_K \ll 1$, le terme entre parenthèses dans le membre de droite doit être d'ordre supérieur à 1 en $v_{p,r}/(r\Omega_K)$. À l'ordre 1 en cette quantité, on a donc :

$$v_{p,r} = r\Omega. \quad (9)$$

Ce résultat n'est pas surprenant. En effet, la force de frottement ralentit les grains par rapport au gaz sur des temps très courts devant la période orbitale. Les poussières sont donc entraînées par le gaz, et tournent autour de l'étoile centrale à la même vitesse. Cette vitesse étant un peu plus faible que la vitesse képlérienne, et les grains de poussière n'étant pas "retenus" par des forces de pression, leur force centrifuge ne va cependant pas être suffisante pour contrebalancer la composante radiale de la force gravitationnelle. Ils ne vont donc pas pouvoir se maintenir en orbite autour de l'étoile, et vont "glisser" vers l'intérieur du disque.

Calculons maintenant $v_{p,r}$ en régime stationnaire à partir de l'équation (4). Le terme $|v_{p,r} \partial v_{p,r} / \partial r|$, qui est de l'ordre de $v_{p,r}^2 / r$, est négligeable devant $v_{p,\varphi}^2 / r$. Alors, en utilisant (9) et (1), on obtient :

$$v_{p,r} = r \left(\Omega^2 - \Omega_K^2 \right) \tau_e = \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} \tau_e. \quad (10)$$

Comme attendu, cette vitesse est négative lorsque la pression augmente vers l'intérieur du disque et positive lorsque la pression augmente vers l'extérieur. Il y a donc accumulation (déficit) de grains aux endroits où la pression est maximum (minimum). On vérifie d'autre part que $v_{p,r} \rightarrow 0$ lorsque $r_p \rightarrow 0$ (voir éq. [8]). Les grains de très petite taille sont en effet "portés" par le gaz. En utilisant $|\partial P / \partial r| \sim P/r$, $c_s^2 \sim P/\rho$ et $H \sim c_s/\Omega_K$, on peut écrire $|v_{p,r}| \sim c_s(H/r)\tau_e \Omega_K$. À $r = 1$ UA, cela donne $|v_{p,r}|$ de l'ordre de quelques 10^{-4} m s⁻¹.

Vérifions maintenant que nous avons bien $|v_{p,r}/v_{p,\varphi}| \ll 1$. Avec $|v_{p,r}| \sim c_s(H/r)\tau_e \Omega_K$ et $v_{p,\varphi} = r\Omega \sim r\Omega_K$, on obtient $|v_{p,r}/v_{p,\varphi}| \sim$

$(H/r)^2 \tau_e \Omega_K$, c'est-à-dire de l'ordre de 10^{-8} à $r = 1$ UA. Le mouvement des grains est donc bien essentiellement un mouvement képlérien autour de l'étoile centrale, accompagné d'une lente dérive vers l'intérieur du disque.

Pour écrire l'expression de la force de frottement, nous avons supposé $|\mathbf{v}_p - r\Omega\mathbf{e}_\varphi| \ll c_s$. Les expressions ci-dessus de $v_{p,r}$ et $v_{p,\varphi}$ montrent que cette condition est bien vérifiée pour les composantes horizontales de la vitesse.

Mouvement vertical des grains. Les grains n'étant pas "retenus" en altitude par des forces de pression, ils acquièrent un mouvement vertical sous l'effet de la force gravitationnelle exercée par l'objet central (en d'autres termes, chaque grain parcourt une orbite inclinée par rapport au plan du disque).

Supposons ici que les mouvements horizontal et vertical des grains sont découplés, c'est-à-dire que le deuxième terme dans le membre de gauche de l'équation (6) peut être négligé. Cette équation peut alors s'écrire :

$$\frac{d^2z}{dt^2} + \frac{1}{\tau_e} \frac{dz}{dt} + \Omega_K^2 z = 0. \quad (11)$$

Pour obtenir un ordre de grandeur du temps de sédimentation, on va négliger les variations de ρ et c_s avec z . D'autre part, dans un premier temps, on va considérer que m_p et r_p restent également constants au cours de la chute des grains.

A $r = 1$ UA, $4\Omega_K^2 \tau_e^2 \ll 1$. La solution de l'équation (11) est alors approximativement donnée par :

$$z = z_1 e^{-t/\tau_e} + z_2 e^{-\Omega_K^2 \tau_e t}. \quad (12)$$

Les grains tombent donc vers le plan équatorial ($z = 0$), où ils sédimentent. Si les grains n'étaient pas ralentis par la force de frottement, ils oscilleraient autour du plan équatorial avec la fréquence Ω_K . Comme la période des oscillations est très grande comparée à τ_e , elles sont complètement amorties par la force de frottement.

Le premier terme dans l'expression de z ci-dessus tend vers 0 très rapidement, et le temps caractéristique de sédimentation est donc $t_s = 1/(\Omega_K^2 \tau_e)$, c'est-à-dire :

$$t_s = \frac{\rho c_s}{\Omega_K^2 \rho_s r_p}. \quad (13)$$

A $r = 1$ UA, $t_s \simeq 10^5$ ans. Ce temps est très court devant le temps caractéristique de formation des planètes, ainsi que nous le verrons plus

loin. Comme nous avons supposé m_p et r_p constants, la valeur de t_s obtenue est une valeur maximum. En effet, si le grain grossit par agglomération avec d'autres grains sur son trajet, la force de frottement exercée par le gaz augmente, ainsi que l'indique l'expression (8) de τ_e , et la sédimentation s'accélère donc.

Nous allons maintenant vérifier que nous avons bien $|v_z| \ll c_s$, ainsi que nous l'avons supposé pour écrire l'expression de la force de frottement. D'après (12), la vitesse verticale d'un grain de poussière est $v_z = -z_0 \Omega_K^2 \tau_e e^{-\Omega_K^2 \tau_e t}$, où z_0 est la position initiale du grain (nous avons négligé le terme e^{-1/τ_e} qui tend très rapidement vers 0). La vitesse maximale que le grain puisse atteindre est donc $H \Omega_K^2 \tau_e$. Alors $|v_z|/c_s \leq \Omega_K \tau_e$, ce qui est bien très petit devant l'unité à $r = 1$ UA.

Notons que, pendant le temps t_s , les grains parcourent une distance radiale égale à $|v_{p,r}| t_s$, c'est-à-dire environ 10^{-2} UA. Cette distance est petite devant les distances verticales parcourues (~ 0.1 UA), ce qui justifie qu'on ait négligé $v_{p,r}$ dans l'analyse qui précède.

Dans les calculs ci-dessus, nous avons considéré un grain dont la masse et la taille ne variaient pas lors de la sédimentation. En réalité, les grains les plus éloignés du plan équatorial sont ceux qui tombent le plus vite, car la densité de gaz, et donc la force de frottement, diminue avec l'altitude. Ils vont donc rencontrer sur leur passage les grains situés à des altitudes initiales moins élevées et qui tombent moins vite. Un grain initialement à l'altitude H va rencontrer lors de sa descente vers le plan équatorial une masse $\pi r_p^2 H \rho_p$ de poussière, où ρ_p est la densité volumique de masse de la composante solide (les grains de poussière) dans le disque. Dans le milieu interstellaire, comme dans les disques protostellaires, $\rho_p \sim 0.01 \rho$. En supposant que le grain "absorbe" toute la poussière rencontrée, sa masse augmente de $dm_p = -\pi r_p^2 dz \rho_p$ lorsqu'il se déplace de dz , ce qui correspond à un accroissement de son rayon de $dr_p = -\rho_p dz / (4\rho_p)$. Si le grain est initialement à l'altitude H , son rayon lorsqu'il arrive sur le plan médian est alors de l'ordre de quelques millimètres. Pour de tels grains, la vitesse radiale ne peut plus être négligée. En effet, $v_{p,r} \propto \tau_e \propto r_p$, d'après les équations (10) et (8). En particulier, le mouvement de ces grains dans la direction radiale leur permet de grossir plus vite, puisqu'ils rencontrent plus de grains.

Des modèles numériques ont été développés pour simuler la sédimentation des grains de poussière dans un disque protostellaire (Weidenschilling 1980, Nakagawa et al. 1981). Ces simulations montrent que les collisions lors de la dérive orbitale des grains leur permettent en réalité d'atteindre des tailles cent à mille fois plus importantes que celle calculée ci-dessus, c'est-à-dire de l'ordre de 0.1 à 1 m pour le modèle de disque utilisé ici, et qu'ils sédimentent autour du plan médian en quelques milliers d'années.

Remarquons cependant que ces résultats dépendent très fortement des propriétés de surface des grains. Dans les simulations mentionnées ci-dessus, les grains sont supposés parfaitement “collants”, c’est-à-dire qu’ils s’agglutinent systématiquement les uns aux autres lors de collisions.

Ainsi que le montrent les simulations effectuées par Weidenschilling (1984), le processus de sédimentation décrit ici ne se produit pas lorsque de la turbulence est présente dans le disque. Dans ce cas en effet, les collisions entre grains étant plus fréquentes que dans un disque laminaire, le taux de croissance est initialement bien plus important. Les grains atteignent des tailles de l’ordre de 0.1–1 cm très rapidement. Cependant, les vitesses relatives des particules étant plus élevées, les collisions entre ces grains conduisent à l’érosion et à l’éclatement plutôt qu’à la poursuite de la croissance. Les grains ainsi obtenus sont trop petits pour sédimenter autour du plan médian en présence de turbulence.

3.3 Obtention de planétésimaux

Comment la croissance des grains se poursuit-elle une fois la sédimentation achevée, dans le cas où celle-ci se produit ? Comment passe-t-on d’objets dont la taille est au plus de l’ordre du mètre à des *planétésimaux*, agglomérations rocheuses dont la taille est de l’ordre du kilomètre ?

Safronov (1969) et Goldreich & Ward (1973) ont indépendamment remarqué que la couche de poussière formée par sédimentation des grains autour du plan médian pouvait devenir suffisamment dense pour que des instabilités gravitationnelles s’y développent, conduisant à la fragmentation. Pour les conditions physiques qui sont celles décrites ci-dessus, les fragments produits ont des tailles de l’ordre du kilomètre. Ce processus a cependant été remis en question (Weidenschilling 1980, Weidenschilling & Cuzzi 1993). Dans la couche de poussière, la densité des grains est en effet plus importante que celle du gaz, de sorte que les grains ne sont plus entraînés par le gaz dans son mouvement autour de l’étoile (le temps τ_e défini par l’éq. [8] est ici grand devant la période orbitale). Au contraire, les grains dans cette couche sont en rotation képlérienne autour de l’astre central, et ce sont eux qui maintenant entraînent les molécules de gaz dans leur mouvement. La vitesse du gaz est donc plus élevée dans la couche de poussière qu’à l’extérieur, où sa valeur est donnée par l’équation (1). Il s’ensuit des frottements sur les surfaces de la couche qui permettent le développement de l’instabilité de Kelvin–Helmholtz, laquelle résulte en de la turbulence qui mélange le gaz et la poussière et renvoie à des altitudes plus importantes les grains de la couche de poussière. Cette couche ne deviendrait ainsi jamais assez fine (et donc dense) pour que des instabilités gravitationnelles s’y développent. Ces résultats ont été confirmés par des calculs détaillés de Cuzzi et al. (1993).

A l'heure actuelle, la théorie la plus généralement admise est celle selon laquelle les grains et objets rocheux continuent de croître par collisions et agglomération. Selon Cuzzi et al. (1993), des objets de taille 10–100 km peuvent ainsi être formés dans la couche dense autour du plan médian en un temps de l'ordre du million d'années. Le détail de ce mécanisme, encore une fois, dépend cependant très fortement des propriétés physiques des objets rocheux. En particulier, ce processus n'est réellement efficace que si, lors d'une collision, les objets ne se brisent pas. Beaucoup d'incertitudes subsistent quant au comportement des planétésimaux lors de collisions.

Si le processus de croissance reste incertain, on peut en revanche estimer une limite supérieure au temps requis pour obtenir des planétésimaux à partir des grains de poussière. Le frottement du gaz sur les poussières provoque en effet une dérive orbitale des grains, ainsi que nous l'avons vu plus haut. Les planètes ne peuvent donc se former que si les grains de la couche de poussière croissent pour devenir des planétésimaux en des temps inférieurs au temps de dérive. Nous allons maintenant évaluer ce temps.

L'expression (7) de la force de frottement du gaz sur les grains de poussière n'est valable que lorsque le libre parcours moyen des molécules, l , est grand devant la dimension des grains, r_p . Rappelons qu'à 1 UA, $l \sim 1$ m. Nous allons nous intéresser ici à des objets dont la taille r_p peut être de l'ordre de l (on continuera à les appeler "grains" de poussière de manière un peu abusive). Ils sont soumis à une force de frottement $\mathbf{F}_f = -f(\mathbf{v}_p - r\Omega\mathbf{e}_\varphi)$, où f est un coefficient qui dépend des grains (de leur taille, masse, et éventuellement de leur vitesse) et de l'environnement gazeux. Cette forme de \mathbf{F}_f est très générale, la force de frottement étant toujours proportionnelle à la vitesse *relative* des grains de poussières et du gaz.

En régime stationnaire, les équations (4) et (5) s'écrivent alors :

$$\frac{v_{p,\varphi}^2}{r} = r\Omega_K^2 + \frac{f}{m_p}v_{p,r}, \quad (14)$$

$$v_{p,r}\frac{\partial v_{p,\varphi}}{\partial r} + \frac{v_{p,r}v_{p,\varphi}}{r} = -\frac{f}{m_p}(v_{p,\varphi} - r\Omega). \quad (15)$$

Nous avons supposé ici que $|v_{p,r}| \ll |v_{p,\varphi}|$ (nous le justifierons plus loin) et avons donc négligé $|v_{p,r}\partial v_{p,r}/\partial r| \sim v_{p,r}^2/r$ devant $v_{p,\varphi}^2/r$ dans la première équation. Nous définissons maintenant $\Delta v_\varphi = v_{p,\varphi} - r\Omega$, et nous supposons que $|\Delta v_\varphi| \ll |r\Omega|$ (nous justifierons cette approximation *a posteriori*). Nous négligeons donc également $|\partial\Delta v_\varphi/\partial r| \sim |\Delta v_\varphi/r|$ devant Ω .

Les deux équations ci-dessus deviennent alors :

$$2\Omega\Delta v_\varphi + \frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial r} = \frac{f}{m_p}v_r, \quad (16)$$

$$\left(\Omega + \frac{\partial(r\Omega)}{\partial r}\right)v_{p,r} = -\frac{f}{m_p}\Delta v_\varphi, \quad (17)$$

où nous avons utilisé l'expression (1) de Ω^2 . En éliminant f/m_p , on obtient finalement :

$$2\Omega(\Delta v_\varphi)^2 + \frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial r}\Delta v_\varphi + \left(\Omega + \frac{\partial(r\Omega)}{\partial r}\right)v_{p,r}^2 = 0. \quad (18)$$

Pour une valeur donnée de $v_{p,r}$, la condition pour qu'il existe une solution pour Δv_φ est :

$$\left(\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial r}\right)^2 - 8\left(2\Omega^2 + \frac{r}{2}\frac{\partial\Omega^2}{\partial r}\right)v_{p,r}^2 \geq 0,$$

ce qui, en utilisant (1) et $\Omega_K^2 \propto r^{-3}$, peut encore s'écrire :

$$\left(\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial r}\right)^2 - 8\left[\frac{2}{\rho r}\frac{\partial P}{\partial r} + \frac{r}{2}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{\rho r}\frac{\partial P}{\partial r}\right) + \frac{\Omega_K^2}{2}\right]v_{p,r}^2 \geq 0.$$

Les deux premiers termes dans l'expression entre crochets sont de l'ordre de $P/(\rho r^2) \sim c_s^2/r^2$. Or $c_s^2/(r^2\Omega_K^2) \sim H^2/r^2 \ll 1$. La condition ci-dessus est donc :

$$|v_{p,r}| \leq \frac{1}{2\Omega_K}\left|\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial r}\right| = \frac{r}{2\Omega_K}|\Omega^2 - \Omega_K^2|, \quad (19)$$

où nous avons à nouveau utilisé (1). L'approximation (2) permet également exprimer cette condition sous la forme :

$$|v_{p,r}| \leq r|\Omega - \Omega_K|. \quad (20)$$

D'après l'équation (18), on voit alors que Δv_φ est au plus de l'ordre de $(\partial P/\partial r)/(\rho\Omega)$, c'est-à-dire $c_s^2/(r\Omega_K)$, ou encore $c_s H/r$. Alors $|\Delta v_\varphi/v_{p,\varphi}| \ll 1$, ainsi que nous l'avons supposé. D'autre part, la condition (19) montre que la valeur maximale de $|v_{p,r}|$ est de l'ordre de $c_s H/r$, et est donc également négligeable devant $v_{p,\varphi}$. Ici encore, comme pour les petits grains étudiés dans la section 3.2, le mouvement est en première approximation un mouvement képlérien autour de l'étoile centrale, accompagné d'une lente dérive vers l'intérieur du disque. Notons que la

condition obtenue ci-dessus est valable quelle que soit la taille des objets solides considérés.

A $r = 1$ UA, la valeur maximale de $|v_{p,r}|$ est donc de l'ordre de 100 m s^{-1} . Rappelons que pour des grains de taille $r_p \ll l \sim 1 \text{ m}$, pour lesquels la loi d'Epstein s'applique, $|v_{p,r}|$ ne dépasse pas 10 m s^{-1} (voir les éq. [10] et [8]). D'autre part, nous verrons dans la section suivante que la vitesse radiale des objets de taille $r_p \gg l$ est également plus petite. *La vitesse radiale maximale est donc atteinte par les objets dont la taille est de l'ordre du mètre (c'est-à-dire de l).* D'après ce qui précède, on voit que de tels objets, initialement à la distance $r = 1$ UA de l'étoile centrale, dérivent vers l'intérieur du disque en un temps inférieur à 100 ans! Notons que des objets de taille dix fois inférieure, même s'ils dérivent plus lentement, atteignent l'étoile centrale en moins de mille ans.

Quel que soit le mécanisme qui permet d'obtenir des planétésimaux dont la taille est de l'ordre du dixième de kilomètre à partir de grains dont la taille est de l'ordre du centimètre, il doit donc agir sur des échelles de temps suffisamment courtes pour que les objets de taille intermédiaire ne disparaissent pas dans l'étoile centrale. *L'échelle de temps de formation des planétésimaux est donc contrôlée par le temps de sédimentation des grains de poussière.* Notons que, dans ce qui précède, nous avons supposé que la vitesse angulaire des molécules de gaz était donnée par l'expression (1). Si la densité de poussière dans la couche autour du plan médian est très importante cependant, il est possible que les molécules de gaz soient entraînées par les grains de poussière à une vitesse plus proche de la vitesse képlérienne. La vitesse relative des grains de poussière par rapport au gaz est alors plus faible que ce que nous avons supposé, ce qui implique une vitesse maximale de dérive des grains plus faible que celle calculée ci-dessus. C'est en fait le frottement 'collectif' sur la surface de la couche de poussière formée par la sédimentation des grains qui est responsable de la dérive orbitale. Le temps caractéristique de dérive dans ce cas est de l'ordre de mille ans à 1 UA (Goldreich & Ward 1973), ce qui reste très court.

3.4 Des planétésimaux aux planètes

Supposons que nous avons donc maintenant des objets solides dont la taille est de l'ordre de 0.1–1 km. Ces planétésimaux doivent encore croître pour donner des planètes terrestres ou des cœurs de planètes géantes, dont le rayon r_p varie entre quelques milliers et dix mille kilomètres environ. Selon la théorie communément admise à l'heure actuelle, la croissance des planétésimaux se poursuit comme pour les objets plus petits, par l'agglomération de corps qui entrent en collision les uns avec les autres. Ici cependant, comme nous allons le montrer maintenant, la dynamique des objets n'est plus affectée par la dérive

orbitale due au frottement avec le gaz. De plus, les planétésimaux sont suffisamment massifs pour que les interactions gravitationnelles qu'ils exercent les uns sur les autres deviennent importantes.

Interaction entre le gaz et les planétésimaux. Nous nous intéressons ici à un planétésimal dont la taille r_p est grande devant le libre parcours moyen l des molécules de gaz. La force de frottement est alors donnée par la loi de Stokes (voir par exemple Weidenschilling 1977) :

$$\mathbf{F}_f \simeq -0.2\pi r_p^2 \rho |\mathbf{v}_p - r\Omega \mathbf{e}_\varphi| (\mathbf{v}_p - r\Omega \mathbf{e}_\varphi). \quad (21)$$

En régime stationnaire, l'équation (4) s'écrit alors :

$$\frac{v_{p,\varphi}^2}{r^2 \Omega_K^2} = 1 + \frac{0.2\pi r_p^2 \rho}{m_p r \Omega_K^2} |\mathbf{v}_p - r\Omega \mathbf{e}_\varphi| v_{p,r}, \quad (22)$$

où encore une fois nous avons négligé $|v_{p,r} \partial v_{p,r} / \partial r| \sim v_{p,r}^2 / r$ devant $v_{p,\varphi}^2 / r$. A $r = 1$ UA et pour $r_p = 0.1$ km, comme la vitesse des poussières par rapport au gaz est petite devant la vitesse képlérienne, le second terme du membre de droite est petit devant $|v_{p,r}| / (r\Omega_K)$. Au 1^{er} ordre en cette quantité, on a alors :

$$v_{p,\varphi} = r\Omega_K. \quad (23)$$

Donc, à l'opposé du résultat obtenu pour les petits grains, qui sont entraînés pas le gaz dans sa rotation (voir éq. [9]), *les planétésimaux considérés ici ont une vitesse de rotation képlérienne autour de l'étoile centrale.* La vitesse du gaz cependant, donnée par l'équation (1), est légèrement inférieure à la vitesse képlérienne. Les planétésimaux vont donc être freinés par un "vent contraire" dû au gaz qui va les faire dériver vers l'intérieur du disque. Calculons leur vitesse radiale en régime stationnaire à partir de l'équation (5) :

$$v_{p,r} \frac{\partial v_{p,\varphi}}{\partial r} + \frac{v_{p,r} v_{p,\varphi}}{r} = -\frac{0.2\pi r_p^2 \rho}{m_p} |\mathbf{v}_p - r\Omega \mathbf{e}_\varphi| (v_{p,\varphi} - r\Omega). \quad (24)$$

En utilisant (23), (3) et $\Omega_K \propto r^{-3/2}$, on obtient :

$$v_{p,r} = \frac{0.1\pi r_p^2}{m_p \rho \Omega_K^3} \left| \frac{\partial P}{\partial r} \right| \frac{\partial P}{\partial r}. \quad (25)$$

On vérifie bien que v_r a le même signe que $\partial P / \partial r$. Comme les petits grains, les planétésimaux s'accablent aux endroits où la pression est

maximum. On vérifie également que $v_r \rightarrow 0$ lorsque $r_p \rightarrow \infty$ (car $m_p \propto r_p^3$). En effet, les planétésimaux de très grosse taille ignorent complètement le gaz. Comme $|\partial P/\partial r|/\rho \sim c_s^2/r$ et $c_s \sim H\Omega_K$, on a :

$$v_{p,r} \sim \frac{0.1\rho H}{\rho_s r_p} \frac{c_s^2}{r^2 \Omega_K^2} c_s. \quad (26)$$

A $r = 1$ UA, $|v_{p,r}| \simeq 0.1 \text{ m s}^{-1}$ pour $r_p = 10 \text{ m}$. Cette valeur, qui représente la limite supérieure des vitesses radiales des planétésimaux de taille supérieure à 10 m, est plus petite que la vitesse maximale de 100 m s^{-1} calculée dans la section 3.3. Comme d'autre part les grains de taille inférieure à 0.1 m ont également des vitesses radiales inférieures à 100 m s^{-1} , ce sont bien les objets dont la taille est de l'ordre du mètre qui atteignent la vitesse radiale maximale.

La dérive orbitale due au frottement avec le gaz a donc peu d'effet sur la dynamique des planétésimaux considérés ici et, en première approximation, elle peut être ignorée dans le calcul de l'évolution d'un ensemble de ces objets. A ce stade cependant, ainsi que nous l'avons déjà mentionné, les planétésimaux sont suffisamment massifs pour que l'interaction gravitationnelle qu'ils exercent dans leur voisinage les uns sur les autres perturbe leur orbite autour de l'étoile centrale. Leur trajectoire devient ainsi de plus en plus excentrique et finit par croiser celle d'autres objets. Des collisions peuvent alors se produire et, si les objets s'agglomèrent, la croissance des planétésimaux continue.

Des planétésimaux aux protoplanètes. L'évolution d'un ensemble de planétésimaux est en général étudiée en utilisant les mêmes méthodes qu'en théorie cinétique des gaz. Cette approche est la seule qui soit appropriée lorsque le nombre de planétésimaux est important. Nous ne la décrirons pas ici en détail (voir équations et références dans Papaloizou & Terquem 2006), mais nous contenterons d'en décrire brièvement les grandes lignes (suivant Lissauer 1993).

Les vitesses des planétésimaux sont modifiées par les interactions gravitationnelles mutuelles et par les collisions, qui transfèrent l'énergie de la rotation "ordonnée" (képlérienne) des planétésimaux dans le disque vers des mouvements aléatoires de ces objets. Une partie de l'énergie est également convertie en chaleur par les collisions inélastiques, parmi lesquelles les collisions qui s'accompagnent de l'agglomération des objets concernés. La section efficace de collision dépend à la fois de la taille des planétésimaux et de leurs vitesses relatives. D'autre part, une collision peut résulter en l'agglomération des deux objets ou en leur fragmentation selon que leur vitesse relative est plus ou moins faible. On voit donc que l'étude de l'évolution d'un ensemble de planétésimaux nécessite le calcul

simultané de l'évolution de la vitesse des objets et de celle de leur taille. Pour ce faire, on utilise en général l'approximation dite d'une *particule dans une boîte*, qui consiste à négliger le mouvement des planétésimaux autour de l'étoile centrale. Cette approximation est justifiée tant que les planétésimaux n'interagissent qu'avec les objets situés dans leur voisinage, et que l'intervalle de temps entre deux collisions est petit devant la période orbitale des objets.

La section efficace géométrique de collision de deux planétésimaux de rayons r_p et r'_p est $\sigma_{\text{geom}} = \pi(r_p + r'_p)^2$. Du fait de l'interaction gravitationnelle entre les deux objets, le paramètre d'impact est augmenté et la section efficace de collision s'écrit :

$$\sigma_{\text{col}} = \sigma_{\text{geom}} \left[1 + \frac{2G(m_p + m'_p)}{(r_p + r'_p)(v_{\text{disp}}^2 + v_{\text{disp}}'^2)} \right], \quad (27)$$

où m_p et m'_p sont les masses des planétésimaux et v_{disp} et v_{disp}' leur vitesse de dispersion (c'est-à-dire l'écart par rapport à la vitesse képlérienne). Si le second terme entre crochets est grand, la section efficace de collision est très significativement augmentée par la diffusion gravitationnelle : c'est le phénomène de *focalisation gravitationnelle* (en anglais : "gravitational focussing"). Avec une vitesse de dispersion de l'ordre de $0.01r\Omega$ et à $r = 1$ UA, ce phénomène est important pour des planétésimaux dont le rayon est supérieur à environ 500 km, et donc de masse supérieure à environ 10^{21} kg.

Le calcul de la section efficace de collision nécessite celui de la vitesse de dispersion. Celle-ci résulte d'un équilibre entre les interactions gravitationnelles entre planétésimaux, qui tendent à l'augmenter, et les interactions avec le gaz et les collisions inélastiques, qui tendent à l'amortir. Lorsque les planétésimaux ne sont pas trop massifs, l'interaction avec le gaz est due aux frottements déjà considérés dans les sections précédentes, et modélisés ici par la loi de Stokes. Pour des objets relativement massifs, ces frottements sont dominés par les interactions (gravitationnelles) de marée avec le gaz, qui produisent la migration orbitale des objets. Ces interactions seront étudiées dans un chapitre ultérieur. Le détail du calcul de la vitesse de dispersion à l'équilibre et des temps de relaxation est donné dans Papaloizou & Terquem (2006).

De nombreuses simulations numériques de l'évolution d'un système de planétésimaux ont été effectuées. De ces études, il ressort que l'évolution peut en principe procéder de deux façons différentes :

- soit tous les planétésimaux croissent simultanément, auquel cas l'évolution est lente,
- soit l'un des planétésimaux (le plus gros) croît au détriment des autres,

en “avalant” les objets situés dans son voisinage, auquel cas l’évolution est rapide.

Dans ce dernier cas, on parle de *runaway accretion*, c’est-à-dire d’une accréation qui “s’emballe”. Celle-ci a lieu lorsque la vitesse de dispersion est plus petite pour les objets les plus massifs, car alors le taux de collision augmente plus fortement avec la masse. Notons que la diffusion gravitationnelle tend à produire une équipartition de l’énergie cinétique des mouvements aléatoires parmi les planétésimaux de différentes masses. Du fait de ce processus, appelé *friction dynamique*, les planétésimaux les moins massifs ont des vitesses de dispersion bien plus importantes que les objets les plus massifs. Ainsi, c’est bien une *runaway accretion* qui se produit dans un système de planétésimaux (Safronov 1969, Wetherill & Stewart 1989). Supposons en effet que, dans l’expression (27) de la section efficace de collision, l’un des planétésimaux soit plus massif que l’autre. Par exemple $r_p \gg r'_p$ et $m_p \gg m'_p$. Alors, si de plus $v_{\text{disp}} \ll v'_{\text{disp}}$, on a $dm_p/dt \propto \sigma_{\text{col}} \propto m_p^{4/3}$. Il y a donc une lente évolution de la masse tant que celle-ci est petite, suivie d’une croissance très rapide lorsque des masses plus importantes sont atteintes.

La figure 2 représente l’évolution de la taille d’un ensemble de planétésimaux situés à environ une unité astronomique de l’étoile centrale. Cette simulation, qui prend en compte la fragmentation des objets lors de collisions avec des vitesses relatives importantes, montre le processus de *runaway accretion* des planétésimaux les plus gros. Le plus massif des objets se détache du reste de l’ensemble. La croissance de l’objet le plus massif cesse lorsqu’il a “consommé” tous les planétésimaux qui étaient dans sa sphère d’influence, c’est-à-dire ceux dont il pouvait perturber l’orbite de façon à provoquer une collision. A ce stade, l’objet en question, dont nous allons maintenant calculer la masse, est devenu une *protoplanète*.

La sphère d’influence, également appelée *sphère de Hill*, est telle qu’au-delà de son rayon R_H la force gravitationnelle exercée par l’étoile centrale domine sur celle exercée par la protoplanète. En écrivant cette condition dans le référentiel tournant à la vitesse angulaire Ω_K , on obtient, au premier ordre non nul en R_H/r :

$$R_H = r \left(\frac{M_p}{3M_\star} \right)^{1/3}. \quad (28)$$

Notons que le lieu des points où prédomine l’attraction de la protoplanète n’est en fait pas une sphère, mais tient à l’intérieur d’une enve-

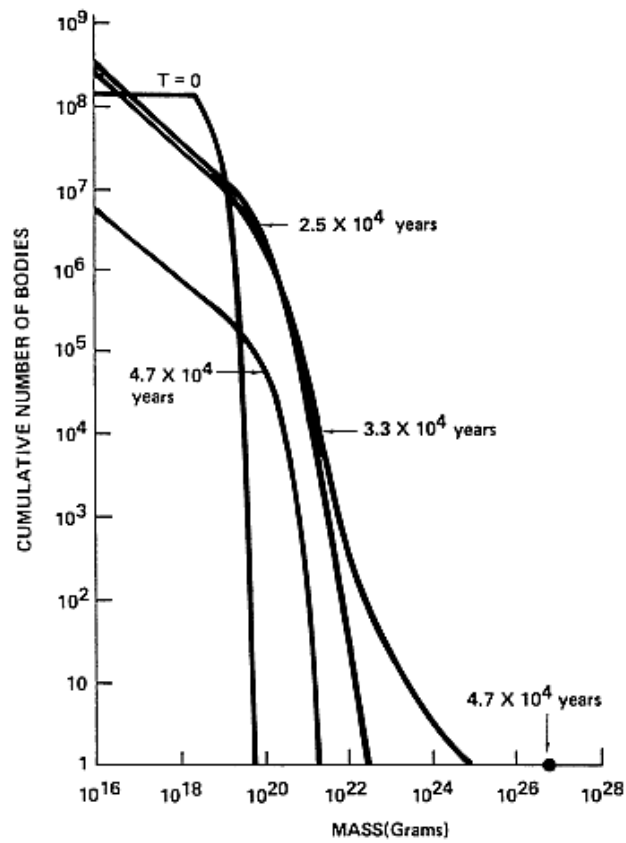


Figure 2.: *Evolution d'un ensemble de planétésimaux situés à environ une unité astronomique de l'étoile centrale. Notons le phénomène de runaway growth, l'objet le plus massif se détachant nettement de la distribution. (Extrait de Lissauer 1993, adapté de Wetherill & Stewart 1989.)*

loppe dite *lobe de Roche*. La sphère d’influence ainsi définie n’est donc qu’une approximation.

La masse M_p de la protoplanète lorsqu’elle a “absorbé” tous les planétésimaux présents dans sa sphère d’influence est, pour $R_H \ll r$, $M_p \simeq 2\pi r \times 2R_H \times B\Sigma_p$, où $\Sigma_p \sim 2\rho_p H$ est la densité surfacique de masse de planétésimaux dans le disque (ρ_p étant la densité volumique correspondante). Le facteur B permet de prendre en compte le fait que, en raison de leurs mouvements aléatoires, certains planétésimaux qui n’étaient pas présents dans la sphère d’influence initialement ont pu y pénétrer ultérieurement et entrer en collision avec la protoplanète. L’expression ci-dessus de R_H permet alors d’écrire :

$$M_p = \frac{(8\pi r^2 B \rho_p H)^{3/2}}{(3M_\star)^{1/2}}. \quad (29)$$

Avec $B = 3.5$ (voir Lissauer 1993 pour les références), cela donne $M_p \sim 10^{-2} M_\oplus$ à $r = 1$ UA et $M_p \sim 1 M_\oplus$ à $r = 5$ UA, où $\rho = 2 \times 10^{-8} \text{ kg m}^{-3}$ pour notre disque standard et $\rho_p = 0.01\rho$. Le temps nécessaire à l’obtention de telles protoplanètes est relativement rapide, de l’ordre de 10^4 – 10^5 ans. On voit que, pour les valeurs de la densité de masse dans le disque que nous avons adoptées, nous n’obtenons pas encore à ce stade une planète de la masse de la Terre à 1 UA, ou de la masse du cœur de Jupiter (~ 5 – $10 M_\oplus$) à 5 UA. La protoplanète doit donc continuer à croître. Elle a “consommé” tous les planétésimaux qui étaient dans son voisinage, mais elle est maintenant suffisamment massive pour pouvoir interagir avec d’autres protoplanètes qui se sont formées à d’autres endroits du disque.

Des protoplanètes aux planètes. L’évolution d’un ensemble de protoplanètes dans un disque procède de la même manière que celle d’un ensemble de planétésimaux. Cependant, ici, l’approximation de la *particule dans une boîte* ne s’applique plus, car les interactions ne sont plus locales. Comme le nombre d’objets est significativement plus petit que dans les premières phases d’évolution, une étude directe des trajectoires de chacune des protoplanètes peut maintenant être réalisée (avec un code numérique N -corps par exemple). Un grand nombre de simulations numériques de ces systèmes ont été développées, en particulier par G. Wetherill et collaborateurs. Elles montrent que l’évolution de ces systèmes résulte en la formation d’entre deux et cinq planètes terrestres sur une échelle de temps de l’ordre de 10^8 ans, que l’ensemble de départ contienne 500 protoplanètes de $10^{-3} M_\oplus$ chacune ou seulement 30 protoplanètes de quelques $10^{-2} M_\oplus$ par exemple. Le résultat de différentes simulations numériques est illustré sur la figure 3.

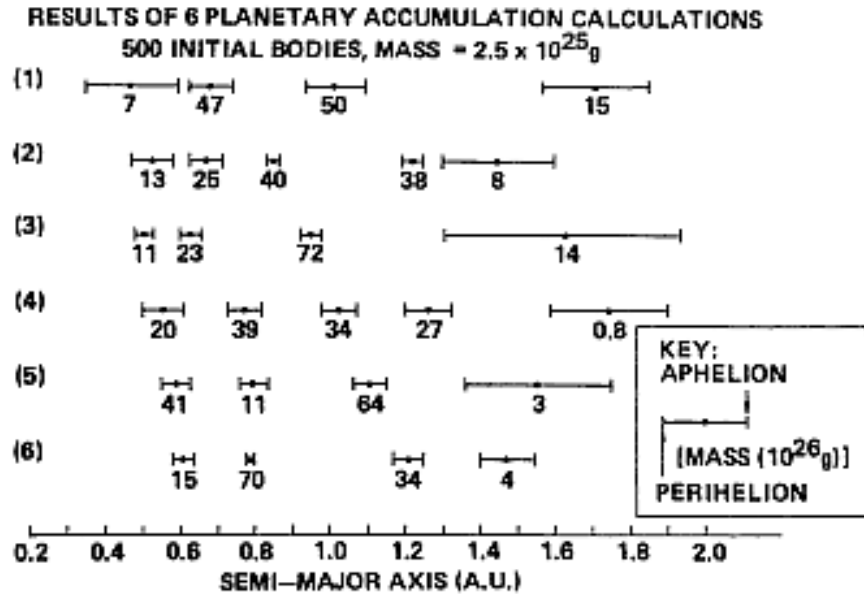


Figure 3.: Résultat de six simulations numériques (effectuées par Wetherill 1988) de l'évolution d'un ensemble de 500 protoplanètes de masse $4 \times 10^{-3} M_{\oplus}$ chacune. Le demi-grand axe de l'orbite des planètes finales est représenté par un point, et la barre de part et d'autre du point va du périhélie à l'aphélie de la trajectoire de la planète. Les nombres sous les barres indiquent la masse de la planète en unité $10^{-2} M_{\oplus}$. (Extrait de Lissauer 1993.)

Le temps nécessaire à l’obtention de planètes terrestres autour d’une unité astronomique est relativement long, de l’ordre de 10^8 ans. On sait, de par les observations, que la composante gazeuse du disque disparaît sur des échelles de temps bien plus courtes, de l’ordre de quelques millions d’années. Cependant, il est possible que les planètes terrestres continuent à se former dans un milieu dénué de gaz. Cela ne peut néanmoins pas être le cas pour les planètes géantes. En effet, une fois le cœur formé, encore faut-il capturer à sa surface une quantité importante de gaz pour constituer l’enveloppe de ces planètes (rappelons que presque toute la masse de Jupiter ou Saturne est dans leur enveloppe de gaz). Or, la masse du cœur de ces planètes géantes est de 5–15 masses terrestres (voir section suivante). Pour former un tel cœur selon le mécanisme décrit ci-dessus dans un disque standard, il faut entre 10^8 et 10^9 ans. Une solution à ce problème serait de former le cœur planétaire directement par *runaway accretion*. Cela suppose une densité de masse dans le disque à cinq unités astronomiques dix fois plus importante que la valeur que nous avons considérée ci-dessus. Pour que la limite des glaces ne soit pas déplacée vers des rayons plus importants, il faudrait cependant que la température dans un tel disque autour de cinq unités astronomiques ne soit pas plus grande que celle de notre disque standard. Un tel modèle de disque n’est pas exclu, mais est sensiblement différent des modèles qui ont été développés jusqu’à présent. Il est possible également que certains facteurs, négligés dans les simulations mentionnées plus haut, accélèrent la formation des cœurs planétaires. Ce pourrait être le cas de la migration des cœurs dans le disque (Alibert et al. 2005), que nous décrirons dans un chapitre ultérieur. Quoiqu’il en soit, et bien que les grandes lignes de la formation planétaire semblent être comprises, beaucoup d’incertitudes demeurent quant au processus de formation des planètes terrestres et des cœurs planétaires.

4. Formation des planètes géantes

Jusqu’à présent, nous n’avons considéré que l’agglomération d’objets *solides* les uns avec les autres. Lorsqu’une protoplanète atteint une masse suffisante cependant, elle peut attirer et retenir à sa surface des molécules de gaz, et une enveloppe gazeuse commence alors à se former. Une molécule de gaz est “piégée” à la surface de la protoplanète lorsque sa vitesse d’agitation thermique, qui est égale à la vitesse du son, est inférieure à la vitesse d’échappement de la protoplanète, ou, en d’autres termes, lorsque son énergie totale est négative, ce qui s’exprime par $GM_p/R_p > c_s^2/2$, où M_p est la masse de la protoplanète et R_p son rayon. Avec $M_p = 4\pi R_p^3 \rho_s/3$ (comme précédemment, ρ_s dénote la den-

sité de masse de la protoplanète), cela requiert une masse supérieure à environ un centième de masse terrestre à une unité astronomique.

La capture (ou *accrétion*) de l'atmosphère gazeuse a initialement été étudiée par Perri & Cameron (1974) et Mizuno (1980). Dans leur modèle, le cœur solide grossit initialement en même temps que l'atmosphère, qui reste à l'équilibre quasi-statique et thermique à sa surface. Un tel état d'équilibre n'existe cependant plus au-delà d'une certaine valeur de la masse du cœur, appelée *masse critique*. Tant que la masse du cœur est plus petite que la masse critique, l'énergie perdue sous forme de rayonnement par l'atmosphère est compensée par l'énergie gravitationnelle que les planétésimaux qui pénètrent dans l'atmosphère libèrent lorsqu'ils s'écrasent sur la surface du cœur. Pendant cette période de l'évolution, le cœur et l'atmosphère grossissent relativement lentement. Lorsque le cœur atteint la masse critique, l'atmosphère est devenue suffisamment massive pour que sa perte d'énergie par radiation ne puisse plus être compensée par l'accrétion des planétésimaux. L'enveloppe doit alors se contracter gravitationnellement pour produire plus d'énergie. Une fois initié, ce processus "s'emballe" et conduit à l'accrétion très rapide de gaz par la protoplanète et à la formation de planètes géantes comme Jupiter. Les premières études de la formation des enveloppes avaient supposé que cette évolution rapide était un effondrement dynamique, c'est-à-dire une instabilité, d'où l'appellation d'*instabilité du cœur* pour ce modèle.

Les calculs numériques dépendant du temps réalisés ultérieurement par Bodenheimer & Pollack (1986) et Pollack et al. (1996) ont corroboré ce modèle, mais ils ont montré que la masse du cœur (dite *crossover mass*) au-delà de laquelle l'accrétion rapide de gaz se produisait était un peu plus grande que la masse critique obtenue dans les modèles statiques, et que la contraction gravitationnelle rapide du gaz n'était pas un effondrement dynamique. L'appellation *crossover mass* vient de ce que la contraction rapide de l'enveloppe commence lorsque sa masse est comparable à celle du cœur. Une fois cette masse atteinte, le cœur ne grossit quasiment plus.

La masse critique et la *crossover mass* sont cependant très similaires, ce qui s'explique par le fait que l'approximation d'équilibre quasi-statique et thermique est valable tant que la masse du cœur est inférieure à la *crossover mass*. En effet, en même temps que l'enveloppe grossit, elle se contracte bien pour libérer de l'énergie gravitationnelle, mais cet effet est peu important tant que la masse de l'atmosphère est petite devant celle du cœur.

En conséquence, nous allons maintenant présenter un calcul détaillé de la structure de l'atmosphère et de la masse critique du cœur avant la phase d'effondrement rapide, en supposant que le gaz est bien à l'équilibre à la surface du cœur. Les calculs présentés ici sont détaillés dans Papaloi-

zou & Terquem (1999). Notons qu'une estimation analytique de la masse critique peut aussi être obtenue (Stevenson 1982).

4.1 Equations de base gouvernant la structure de l'enveloppe

On note ϖ le rayon dans un système de coordonnées polaires sphériques dont on place l'origine au centre du cœur de la protoplanète. On néglige ici le mouvement de rotation de la protoplanète sur elle-même, qu'on suppose d'autre part à symétrie sphérique. Enfin, on considère que le gaz est à l'équilibre hydrostatique et thermique à la surface du cœur. Les équations qui décrivent une telle atmosphère sont les mêmes que celles qui gouvernent la structure des étoiles. Seule la source d'énergie (les réactions nucléaires dans les étoiles) diffère.

L'équation d'équilibre hydrostatique s'écrit :

$$\frac{dP}{d\varpi} = -\frac{GM(\varpi)}{\varpi^2}\rho, \quad (30)$$

où P est la pression du gaz et $M(\varpi)$ est la masse contenue dans une sphère de rayon ϖ (cela inclut la masse du cœur si ϖ est plus grand que le rayon du cœur).

La masse volumique du gaz dans l'atmosphère, ρ , est d'autre part définie par :

$$\frac{dM}{d\varpi} = 4\pi\varpi^2\rho. \quad (31)$$

À la base de l'atmosphère, les densités deviennent très importantes, et le gaz ne peut donc pas être considéré comme idéal. Dans ces conditions, on utilise l'équation d'état donnée par Chabrier et al. (1992), et initialement développée pour les intérieurs stellaires.

L'équation décrivant le transport radiatif d'énergie se met sous la forme :

$$\frac{dT}{d\varpi} = \frac{-3\kappa\rho}{16\sigma T^3} \frac{L}{4\pi R^2}, \quad (32)$$

où L est la luminosité rayonnée par l'atmosphère, T la température du gaz, κ son opacité (qui en général dépend de ρ et T) et σ la constante de Stefan-Boltzmann.

On suppose ici que la seule source d'énergie est l'énergie gravitationnelle libérée par les planétésimaux qui s'écrasent sur le cœur. Celui-ci produit donc une luminosité $L_{\text{cœur}}$ donnée par :

$$L_{\text{cœur}} = \frac{GM_{\text{cœur}}\dot{M}_{\text{cœur}}}{r_{\text{cœur}}}, \quad (33)$$

où $M_{\text{cœur}}$ et $r_{\text{cœur}}$ sont la masse et le rayon du cœur, respectivement, et $\dot{M}_{\text{cœur}}$ est le taux d'accrétion de planétésimaux (c'est-à-dire la masse de planétésimaux qui entrent en collision avec le cœur par unité de temps). Si toute cette luminosité était transportée par radiation à travers l'enveloppe, on aurait $L = L_{\text{cœur}}$ dans l'équation (32). En utilisant les équations (30) et (32), on définit alors le gradient radiatif de température par :

$$\nabla_{\text{rad}} = \left(\frac{\partial \ln T}{\partial \ln P} \right)_{\text{rad}} = \frac{3\kappa L_{\text{cœur}} P}{64\pi\sigma G M T^4}. \quad (34)$$

Le gradient adiabatique de température est défini par :

$$\nabla_{\text{ad}} = \left(\frac{\partial \ln T}{\partial \ln P} \right)_{\text{s}}, \quad (35)$$

où l'indice 's' signifie que l'intégrale est calculée à entropie constante.

Si $\nabla_{\text{rad}} < \nabla_{\text{ad}}$, l'atmosphère est convectivement stable, et toute l'énergie est transportée par radiation, c'est-à-dire $L = L_{\text{cœur}}$. Si en revanche $\nabla_{\text{rad}} > \nabla_{\text{ad}}$, des mouvements convectifs se développent, qui transportent une partie de l'énergie vers la surface de l'atmosphère. Alors $L_{\text{cœur}} = L + L_{\text{conv}}$, où L_{conv} est la luminosité transportée par la convection. Cette quantité est donnée par la théorie de la longueur du mélange (Cox & Giuli 1968) :

$$L_{\text{conv}} = \pi \varpi^2 C_p \Lambda_{\text{ml}}^2 \left[\left(\frac{\partial T}{\partial \varpi} \right)_{\text{s}} - \left(\frac{\partial T}{\partial \varpi} \right)_{\text{p}} \right]^{3/2} \sqrt{\frac{1}{2} \rho \frac{GM}{\varpi^2} \left| \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_{\text{p}} \right|}, \quad (36)$$

où $\Lambda_{\text{ml}} \sim |P/(dP/d\varpi)|$ est la longueur de mélange (c'est-à-dire la distance parcourue par les rouleaux convectifs avant qu'ils ne se dissolvent), C_p est la chaleur spécifique à pression constante, $(\partial T/\partial \varpi)_{\text{s}} = \nabla_{\text{ad}} T (d \ln P/d\varpi)$, et l'indice 'p' signifie que la dérivée doit être évaluée à pression constante.

On a trois équations à résoudre, (30), (31) et (32), pour les variables P , M et T (ρ étant alors donnée par l'équation d'état). Trois conditions aux limites sont donc nécessaires.

4.2 Conditions aux limites

On suppose que le cœur a une densité de masse uniforme $\rho_{\text{cœur}}$ qu'on prendra approximativement égale à la densité des grains de poussière ρ_{s} utilisée plus haut. Le rayon du cœur, qui définit le rayon inférieur de l'atmosphère, est alors donné par :

$$r_{\text{cœur}} = \left(\frac{3M_{\text{cœur}}}{4\pi\rho_{\text{cœur}}} \right)^{1/3}. \quad (37)$$

À $\varpi = r_{\text{cœur}}$, la masse totale est égale à $M_{\text{cœur}}$.

Puisque tout le gaz qui se trouve dans la sphère d'influence de la protoplanète y est retenu, le rayon extérieur de l'atmosphère est le rayon R_L du lobe de Roche de la protoplanète :

$$R_L = \frac{2}{3} \left(\frac{M_p}{3M_*} \right)^{1/3} r, \quad (38)$$

où $M_p = M_{\text{cœur}} + M_{\text{atm}}$ est la masse de la protoplanète, M_{atm} étant la masse de l'atmosphère, et r est la distance de la protoplanète à l'étoile centrale. Notons que l'expression de R_L ci-dessus diffère légèrement de l'expression (28) du rayon de Hill R_H , dont nous avons précisé qu'elle n'était qu'une approximation.

Pour éviter des confusions, on note T_m , P_m et ρ_m la température, pression et densité de gaz, respectivement, dans le plan médian du disque à la distance r de l'étoile centrale.

À $\varpi = R_L$, la masse totale est égale à M_p , la pression est égale à P_m , et la température est donnée par :

$$T = \left(T_m^4 + \frac{3\tau_L L_{\text{cœur}}}{16\pi\sigma R_L^2} \right)^{1/4}, \quad (39)$$

où on écrit que la profondeur optique supplémentaire au-dessus de l'atmosphère, que le rayonnement traverse, est approximativement :

$$\tau_L = \kappa(\rho_m, T_m) \rho_m R_L. \quad (40)$$

4.3 Résultats numériques

Pour un modèle particulier de disque (et donc des valeurs fixées de P_m , T_m et ρ_m), et pour des valeurs données de $M_{\text{cœur}}$ et $\dot{M}_{\text{cœur}}$, on résout les équations (30), (31) et (32) avec les conditions limites décrites ci-dessus. On commence par choisir une valeur au hasard de M_p , la masse totale de la planète. On peut alors calculer R_L , et comme on a M , T et P en $\varpi = R_L$, on peut intégrer les équations jusqu'à $\varpi = r_{\text{cœur}}$. À cet endroit, on doit avoir $M = M_{\text{cœur}}$. Ce n'est en général pas le cas avec une valeur de M_p choisie au hasard. On modifie donc M_p de façon à se rapprocher de la solution, et on itère la procédure jusqu'à ce que l'intégration donne la bonne valeur de M à la base de l'atmosphère. La figure 4 représente la masse M_p ainsi obtenue en fonction de $M_{\text{cœur}}$ à la

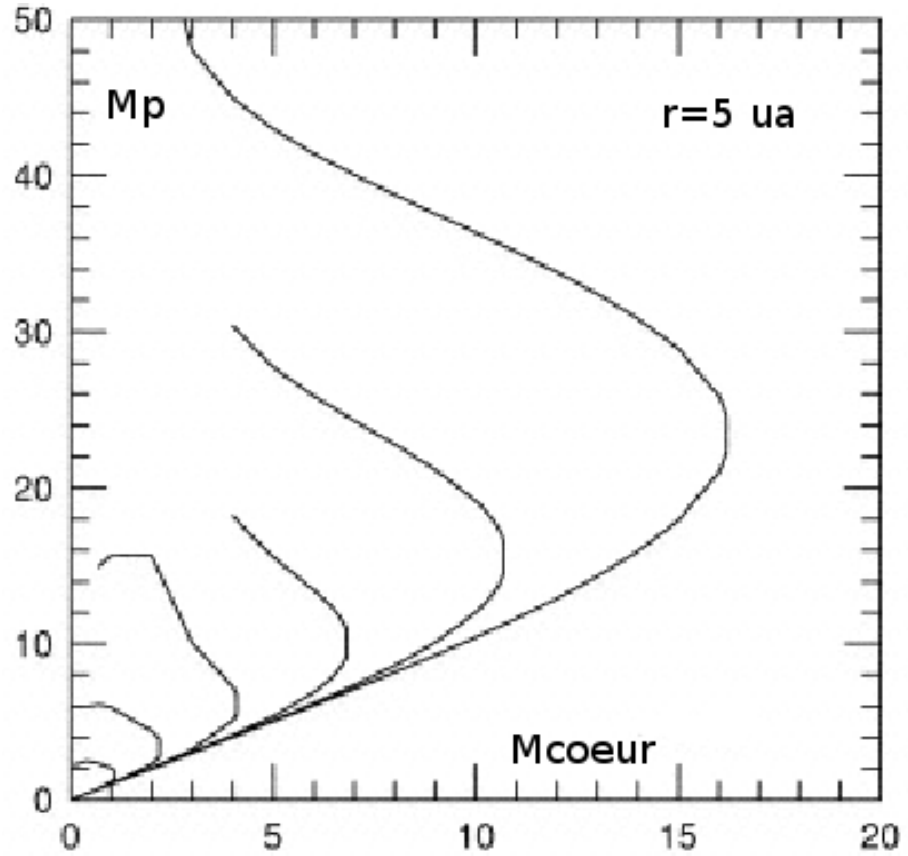


Figure 4.: Masse totale de la planète M_p (en masses terrestres) en fonction de la masse du cœur $M_{\text{cœur}}$ (en masses terrestres) à la distance $r = 5$ UA de l'étoile centrale, où $T_m = 140$ K et $P_m = 0.013$ Pa pour le modèle de disque choisi ($\dot{M} = 10^{-7} M_{\odot} \text{an}^{-1}$ et $\alpha = 10^{-2}$). Les différentes courbes, de l'extérieur vers l'intérieur, correspondent à $\dot{M}_{\text{cœur}} = 10^{-6}$, 10^{-7} , 10^{-8} , 10^{-9} , 10^{-10} et $10^{-11} M_{\oplus} \text{an}^{-1}$. (Extrait de Papaloizou & Terquem 1999.)

distance $r = 5$ UA de l'étoile centrale pour un modèle de disque avec $\dot{M} = 10^{-7} M_{\odot} \text{ an}^{-1}$ et $\alpha = 10^{-2}$.

Pour chaque valeur de $M_{\text{cœur}}$, on voit qu'il existe deux solutions pour une atmosphère à l'équilibre hydrostatique et thermique : l'une de ces solutions correspond à une atmosphère massive alors que l'autre correspond à une atmosphère plus légère. C'est cette solution qui nous intéresse. En effet, lorsque le cœur commence à retenir du gaz à sa surface, le point représentant la protoplanète est à gauche sur la branche inférieure des courbes ci-dessus. Pour un $\dot{M}_{\text{cœur}}$ constant, ce point se déplace le long de la branche inférieure vers la droite au fur et à mesure que le cœur et l'enveloppe grossissent, jusqu'à ce que le cœur atteigne la masse critique. A ce moment-là, l'atmosphère commence à se contracter de façon significative, et l'approximation d'équilibre n'est plus valable. Comme l'atmosphère est maintenue à l'équilibre par l'énergie libérée par les planétésimaux qui s'écrasent sur le cœur, on s'attend à ce que la masse critique augmente avec $\dot{M}_{\text{cœur}}$. C'est bien ce qu'on observe sur les courbes.

Le cœur de Jupiter et Saturne doit s'être formé en moins de quelques millions d'années, avant que le gaz du disque n'ait disparu, sans quoi une grande quantité de gaz n'aurait pu être capturée. Le taux d'accrétion des planétésimaux devait donc être de l'ordre de $10^{-6} M_{\oplus} \text{ an}^{-1}$ (des valeurs supérieures seraient difficiles à justifier compte tenu de la densité des planétésimaux dans le disque), et les courbes de la figure 4 indiquent alors que la masse du cœur des planètes géantes est d'environ $15 M_{\oplus}$. Cela est en accord avec les observations récentes dans le cas de Saturne mais, pour Jupiter, la masse du cœur semble être plutôt de l'ordre de $5 M_{\oplus}$. Cet écart entre la valeur observée et la valeur théorique fait l'objet de recherches.

Références

- [1] Alibert, Y., Mordasini, C., Benz, W., Winisdoerffer, C., 2005, *A&A* 434, 343
- [2] Bodenheimer, P., Pollack, J. B., 1986, *Icarus* 67, 391
- [3] Brush, S. G., 1990, *Rev. Mod. Phys.* 62, 43
- [4] Chabrier, G., Saumon, D., Hubbard, W. B., Lunine, J. I., 1992, *ApJ* 391, 817
- [5] Cox, J. P., Giuli, R. T., 1968, *Principles of Stellar Structure : Physical Principles* (New York : Gordon and Breach)
- [6] Cuzzi, J. N., Dobrovolskis, A. R., Champney, J. M., 1993, *Icarus* 106, 102

- [7] Goldreich, P., Ward, W. R., 1973, ApJ 183, 1051
- [8] Lissauer, J. J., 1993, ARA&A 31, 129
- [9] Mizuno, H., 1980, Prog. Theor. Phys. 64, 544
- [10] Nakagawa, Y., Nakazawa, K., Hayashi, C., 1981, Icarus 45, 517
- [11] Papaloizou, J. C. B., Terquem, C., 1999, ApJ 521, 823
- [12] Papaloizou, J. C. B., Terquem, C., 2006, Reports on Progress in Physics, 69, 119
- [13] Perri, F., Cameron, A. G. W., 1974, Icarus 22, 416
- [14] Pollack, J. B., Hubickyj, O., Bodenheimer, P., Lissauer, J. J., Podolak, M., Greenzweig, Y., 1996, Icarus 124, 62
- [15] Safronov, V. S., 1969, *Evolutsiia doplanetnogo oblaka* (Moscow : Nauka), English translation, 1972, *Evolution of the protoplanetary cloud and formation of the Earth and planets* (IPST Jeerusalem)
- [16] Shakura, N. I., Sunyaev, R. A., 1973, A&A 24, 337
- [17] Stevenson, D. J., 1982, Plan. Space. Sc. 30, 755
- [18] Weidenschilling, S. J., 1977, MNRAS 180, 57
- [19] Weidenschilling, S. J., 1980, Icarus 44, 172
- [20] Weidenschilling, S. J., 1984, Icarus 60, 553
- [21] Weidenschilling, S. J., Cuzzi, J. N., 1993, in *Protostars and Planets III*, ed E H Levy and J I Lunine (Tucson : University of Arizona Press), p 1031
- [22] Wetherill, G.W., 1988, in *Mercury*, ed F. Vilas, C. R. Chapman and M. S. Matthews (University of Arizona Press, Tucson), p. 670
- [23] Wetherill, G.W., Stewart, G.R., 1989, Icarus 77, 330